PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 14. 15. Juli 1919. 20. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 16 am 24. Juli 1919.

INHALT:

Hermann Th. Simon †. S. 313.
Originalmitteilungen:
F. Jentzsch-Gräfe, Zur Mechanik des Freiballons. S. 320.
H. Seemann, Normale Betrachtungsperspektive. Bemerkung zu einer Abhandlung des Herrn Witte. S. 328.
K. Fehrle, Über den Zusammenhang zwischen den Atomgewichten der chemischen Elemente, dem spezifischen Gewicht und der Wärmetönung. II. S. 330.
Zusammenfassende Bearbeitungen:
R. Fürth, Schwankungserscheinungen in der Physik. (Fortsetzung.) S. 332.
Besprechungen:
W. Bloch, Einführung in die Relativitätstheorie. S. 335.
A. Brill, Das Relativitätsprinzip. S. 335.
R. Fricke, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung und ihrer Anwendungen. S. 335.
Berichtigung. S. 336.
Personalien. S. 336.
Gesuche. S. 336.

Hermann Th. Simon †.

Am 22. Dezember 1918 ist in Göttingen ein herrlicher Mensch gestorben. Seine lichte Art, seine zielbewußte Zähigkeit, sein auch in schlimmen Lagen nie versagender Mut wäre dem Vaterlande unter dem Drucke der gegenwärtigen Verhältnisse doppelt viel wert gewesen.

Als die Physikalische Zeitschrift vor vier Jahren in Eduard Riecke einen ihrer Begründer verlor, da wurde ein in erfolgreichem Wirken ausgelebtes Physikerleben um die verdiente Abendruhe gebracht. Der jetzt abgerufene Mitbegründer stand auf der Höhe seines Schaffens, als ihn plötzlich durch geheimnisvolle Sepsis hervorgerufenes mehrmonatliches Siechtum niederwarf und schließlich überwältigte. Die ihm näher standen und um seine Zukunftspläne und Ideen wußten, erwarteten noch Großes von ihm. Nun können wir nur in Wehmut zurückblicken und uns dankbar der vorliegenden Leistungssumme Hermann Theodor Simons freuen.

Er wurde am 1. Januar 1870 zu Kirn a. d. Nahe geboren. Sein Vater, Kommerzienrat Th. Simon daselbst, war ein bedeutender Mann, ein Mann eigener Kraft, der die in treuer Fortsetzung alter Familientradition mit sechs Arbeitern begonnene Gerberei in 40 Jahren zur Weltfirma Carl Simon Söhne mit Filialen in Böhmen und in Indien erhob. Das Leitmotiv der Erziehung, die er seinen zwölf Kindern zuteil werden ließ, lautete: „Selbst ist der Mann". Nächst dem väterlichen Vorbilde, dankte Hermann Simon die Fähigkeit, trotz warm aufquellenden Gefühles stets ohne lange Überlegung das Rechte zu tun, seinem eigenen Urteile nach, der strengen Zucht jahrhundertelanger Auslese des Geschlechtes der Simon. Daß er auch seine spätere Frau, die Tochter des Landrates Agrikola in Kreuznach, als Jugendliebe im heimischen Kreise fand, hat nachher seinem eigenen Hause einen Geist erfreulicher und behaglich sicherer Wurzelständigkeit gegeben, wie man ihn in der akademischen Welt selten findet.

Die zu Birkenfeld begonnene Gymnasialbildung Hermann Simons kam 1889 in Kreuznach zum Abschluß. In den Ferien hatte er jeweils nicht nur naturwissenschaftliche Spielereien getrieben, sondern auch die Werkstätten der väterlichen Fabrik genützt, um sich solide Handwerksfertigkeiten anzueignen, die ihm später beim Experimentieren viel wert waren.

Während der ersten Studiensemester in Heidelberg fesselte ihn ernstliche Erkrankung wiederholt längere Zeit ans Lager. Trotzdem muß er sich beim Korps Suevia derartig ausgezeichnet haben, daß er in kurzer Zeit Chargierter wurde. Seiner Verdienste um das Korps ist noch bei der Beerdigung mit herzlichen Worten anerkennend ge-

dacht worden. Mit der Anfälligkeit seines Körpers hat Simon überhaupt zeitlebens zu kämpfen gehabt, hat viele schwere und schmerzhafte Krankheiten überstehen müssen. Seine Leistungsfähigkeit, die Frische und der Glanz seiner Persönlichkeit hätten den Außenstehenden dies nicht vermuten lassen, so vollkommen wurde die wundervolle Elastizität seines Wesens und das Feuer seines Geistes immer aller körperlichen Unbilden wieder Herr.

Es folgte das eigentliche Fachstudium auf der Universität Berlin. Hier fand Simon in Kundt „einem der Großmeister mustergültiger exakter Experimentalforschung" den für seine Begabung in jeder Weise geeigneten Lehrer. Die begeisterte Darstellung von Leben und Wirken dieses „deutschen Mannes", die Simon in einer Rede „Zum Gedächtnis an August Kundt" vor der Physikalisch-medizinischen Sozietät in Erlangen ein Jahr nach Kundts (1894 erfolgtem) Tode gibt, gehört zum Besten, was über Kundt geschrieben worden ist. Noch auf Anregung Kundts hin unternahm Simon seine erste experimentelle Arbeit, die Arbeit „Über Dispersion ultravioletter Strahlen" und hat mit ihr dann 1894 in Berlin promoviert. Unter Benutzung besonders hergestellter achromatischer Quarz-Flußspat-Objektive waren nach photographischer Prismenmethode zwanzig verschiedene Substanzen untersucht worden. Die umfangreichen Resultate ergänzten das zur Prüfung der Dispersionsformeln vorhandene Material in wertvoller Weise. Die für Flußspat und für Quarz bis zu 0,202 μ herunter von dem Doktoranden damals erhaltenen Brechungsexponenten finden sich noch heute als maßgebende Werte in den neuen Auflagen der Landolt-Börnsteinschen Tabellen verzeichnet.

Nach der Promotion nahm Simon eine Assistentenstelle unter E. Wiedemann am Physikalischen Institute der Universität Erlangen an, heiratete und habilitierte sich 1896 für Physik. Die Habilitationsschrift „Über ein neues photographisches Photometrierverfahren und seine Anwendung auf die Photometrie des ultravioletten Spektralgebietes" zeigt Simon bereits auf der vollen Höhe experimenteller Meisterschaft und konstruktiven Erfindungsgeistes. Die zu vergleichenden Lichtquellen beleuchten je eine Hälfte des Spektralapparatspaltes. Nach der spektralen Zerlegung für eine bestimmte Wellenlänge werden die Helligkeiten auf einer bewegten photographischen Platte registriert, während sich gleichzeitig die Helligkeit der einen Spalthälfte durch eine automatische Vorrichtung kontinuierlich meßbar vermindert. Zur Ermittlung der Stellen gleicher Schwärzung beider so erhaltenen Streifen und damit zur Gewinnung der photometrischen Relativwerte dient ein besonderer sinnreicher Helligkeitskomparator. Der neue Apparat gestattete mit engem Okularspalte, d. h. sehr homogenem Lichte zu arbeiten und gab in jedem photographisch wirksamen Teile des Spektrums dieselbe Genauigkeit, wie man sie vorher nur in dem günstigsten Teile des sichtbaren Gebietes erreicht hatte. Nach Veröffentlichung einer einfachen Methode, die graphische Öffnungszeit von Momentverschlüssen mit Hilfe eines an konischem Pendel befestigten Spiegels zu ermitteln, bricht Simons eigene rein wissenschaftliche Beschäftigung mit optischen Dingen ab. Ein noch in die Erlanger Zeit fallender glücklicher Fund entführte ihn dem Gebiete seiner ersten Forschungen dauernd. Nur unter künstlerischen Gesichtspunkten ist er der Beschäftigung mit der Photographie immer treu geblieben und seine Leistungen auf dem Gebiete des photographischen Stimmungsbildes sind mehrfach auf Ausstellungen mit Preisen ausgezeichnet worden.

Von Kundt wird der Ausspruch berichtet, Haupterfordernis für einen Phy-

siker sei, sich im rechten Augenblicke wundern zu können. Im Herbste 1897 wunderte sich Simon über „ein intensives knatterndes Geräusch" in dem Lichtbogen, als er mit einer Bogenlampe arbeitete, während in einem benachbarten Zimmer ein Induktorium in Gang war. Mit hellsichtigem Auge ging er der Erscheinung nach. Er erkannte sie sogleich richtig als Wärmewirkung von Induktionsströmen. Er entdeckte, daß der Flammenbogen periodische Stromschwankungen, die sich über seinen Hauptstrom lagern, bis in alle Einzelheiten der Klangfarbe in Töne verwandelt. Er suchte und fand auch das umgekehrte Phänomen, daß der Flammenbogen ebenso als Telephongeber verwandt werden kann. Mit dem „redenden" und „lauschenden" Flammenbogen war ein Problem gelöst, das damals schon manchem vorgeschwebt haben mag, der es für grundsätzlich irrationell hielt, daß beim Bellschen Telephon zur elektrischen Übertragung von Luftwellen erst träge Eisenmassen in Bewegung gesetzt werden. Die lautsprechende Bogenlampe wird ihre Wirkung bei physikalischen Vorführungen vor großem Publikum nie verfehlen. Als sie auch in Institutskreisen noch den Reiz der Neuheit hatte, ließ man wohl gelegentlich von entferntem Zimmer aus den Anfang einer Kollegstunde vor den erstaunten Zuhörern durch einen auf dem Experimentiertisch brennenden Simonschen Bogen sprechen. Aber auch ein allgemeineres theoretisches Interesse wohnt der schallübermittelnden Bogenlampe inne. Sie stellt eines der nicht häufigen Beispiele dar, wo sich eine kleine Größe δ erst dadurch bemerkbar macht, daß sie in der Form $(I + \delta)^2$ zur Wirkung kommt, so daß der Effekt $2 I \delta$ mit Vergrößerung von I (hier der Lampenhauptstromstärke) prinzipiell beliebig gesteigert werden kann. Hierauf hat Ferdinand Braun zuerst aufmerksam gemacht. Simon selbst als Vater der sprechenden Bogenlampe gewann durch sie nicht nur einen frühzeitig in weiteste Kreise dringenden wissenschaftlichen Namen, sondern er wurde durch seine Entdeckung auch auf denjenigen Gegenstand hingelenkt, dem der größte Teil seiner physikalischen Forschungsarbeit gewidmet werden sollte: den elektrischen Lichtbogen.

Im Jahre 1898 folgte Simon einer Aufforderung Rieckes, die bei ihm frei gewordene Assistentenstelle anzunehmen, und habilitierte sich nach Göttingen um. Der junge Dozent übertraf die in ihn gesetzten Erwartungen, und es knüpften sich rasch nahe Freundschaftsverhältnisse, die sich im Laufe der Jahre immer mehr vertieften. Sein innerlicher, verständnisvoller Sinn für alles Schöne in Natur und Kunst, seine dichterische Begabung, sein froher Humor, die Vielseitigkeit seiner Interessen zogen gar bald weite Kreise in ihren Bann. Aber auch Simon anderseits ist nie müde geworden zu betonen, von wie grundlegender Bedeutung die Übersiedelung nach Göttingen für seine wissenschaftliche Entwicklung gewesen ist. Es war die Zeit der Gründung der Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik. Eine unter diesen Verhältnissen auf Göttinger Boden entstandene Zeitschrift dürfte nicht der Ort sein, den damaligen Göttinger Geist und seine besondere Vertretung durch Klein zu rühmen. Als erste Frucht jenes Sinnes für gewissenhafte und exakte prinzipielle Fragestellungen auch technischem empirischen Approximationsmateriale gegenüber, den man wohl als Salbung mit einem Tropfen Gaußischem Öles bezeichnet hat, erscheint Simons mustergültige Arbeit „Das Wirkungsgesetz des Wehneltunterbrechers". Sie weist nach, daß es sich bei dem „elektrolytischen Unterbrecher" nicht um eine elektrolytische, sondern um Wärmewirkung des Stromes handelt, und entwickelt eine Formel, welche die angestellten Beobachtungen auch quantitativ mit großer Genauigkeit wiedergibt. Die einseitige Wirk-

samkeit des Unterbrechers wird als sekundärer Einfluß des abgeschiedenen Wasserstoffs auf das Platin der Drahtelektrode erkannt. Probe und praktische Anwendung der Theorie liefert dann die Schöpfung eines „neuen Flüssigkeitsunterbrechers" mit beiderseits großen Elektroden und schroffen Einschnürungsstellen im Inneren der Flüssigkeit. Die Form erwies sich analogen gleichzeitigen Konstruktionen anderer Forscher dadurch überlegen, daß ohne jede Kühlvorrichtung selbst bei Dauerbetrieb niemals ein Versagen eintrat. Der Simonunterbrecher, auf den auch ein deutsches Reichspatent erteilt worden ist, hat demgemäß in der Röntgentechnik vielfache Anwendung gefunden. Die 1899 von Riecke und Simon gemeinsam erfolgte Gründung der Physikalischen Zeitschrift läßt erkennen, wie hoch Riecke seinen Assistenten bewertete, wie nahe er ihm auch menschlich schon damals getreten war und wie rasch es der junge Gelehrte verstanden hatte, im wissenschaftlichen Leben Göttingens eine führende Rolle zu spielen.

Ostern 1900 wurde Simon als Nachfolger W. Königs vom Physikalischen Vereine zu Frankfurt a/Main als Dozent für Physik und Leiter des physikalischen Laboratoriums gewonnen. Die Mannigfaltigkeit seiner Lehrbetätigung in Erlangen und Göttingen, die sich auch auf Geschichte der Physik erstreckte hatte, ließ ihn für die Frankfurter Stelle besonders geeignet erscheinen. Ebenso machte sein glänzendes Experimentiergeschick bei Vorträgen über alle möglichen neueren Fortschritte der Physik Aufsehen. Der zu virtuosen Leistungen ausgebildete musikalische Flammenbogen erwies sich weiter als vorzüglicher Geber für photophonische Übertragung auf die Selenzelle als Empfänger. Simon scherzte gelegentlich darüber, daß er wegen dieser Telephonie ohne Draht von den dankbaren Frankfurtern mit Sömmering und Reiß in einem Atem genannt werde. Nach kurzer Zeit gelang es, mittels Schuckertscher Scheinwerfer das sprechende Licht über zwei Kilometer weit wirksam in die Ferne zu senden. Überwindung weiterer Strecken war nur eine Frage der Scheinwerfergröße. Wenn die Methode nicht die praktische Bedeutung erlangt hat, die man damals hätte erwarten können, so liegt das daran, daß später die ungedämpften elektrischen Wellen ein Mittel für drahtlose Telephonie boten, das unabhängig vom Zustande der Atmosphäre ist. In die Frankfurter Zeit fallen noch Simons erste mit seinem Assistenten M. Reich gemeinsam angestellten Studien über den Duddellschen selbsttönenden Flammenbogen.

Aber schon zu Oktober 1901 bekam Simon den Ruf zurück nach Göttingen als a. o. Professor und als Leiter der Abteilung für angewandte Elektrizitätslehre am Physikalischen Institute. Für jemanden, in dem das Zeug zu einem Professor für Experimentalphysik steckte, lag die bis dahin von Des Coudres inne gehabte Stelle mit ihren besonders gearteten Aufgaben wohl ferner als die Tätigkeit an dem angesehenen Frankfurter Verein, die sich später zu einem Universitätsordinariate auswachsen sollte. Aber vermöge seines väterlichen Erbteiles, schnell und sicher zu handeln, schwankte Simon keinen Augenblick, obwohl er damals von rheumatischen Schmerzen und von Herzbeschwerden gerade arg geplagt wurde. Er schrieb: „Ich habe mit ganzer Seele immer den Göttinger Gedanken, wie er in dieser Stelle für angewandte Elektrizitätslehre zum Ausdrucke kommt, hochgehalten. Meine ganze Arbeit an der Zeitschrift basiert auf der Begeisterung an diesen Bestrebungen, die meiner Natur so sehr entsprechen, und die mich so sehr gefördert haben".

Zu Simons ersten Aufgaben in der neuen Stellung gehörten die Entwürfe und Pläne zu einem Institute für angewandte Elektrizität, dem ersten seiner Art an

deutschen Universitäten. Der im Jahre 1905 in Betrieb genommene Bau gilt nach Anordnung, Einrichtung und experimenteller Ausstattung auch in Technikerkreisen als vorbildliche Musteranlage. Die stilisierten Oszillographenkurven der Friese sind ein Wahrzeichen, wieviel Simon von seiner Persönlichkeit in die neue Unterrichts- und Forschungsstätte eingebaut hat. Es war sodann der ganze Unterrichtsbetrieb dem weiteren Rahmen, den reicheren Mitteln, den neuen Bedürfnissen anzupassen. In wie schöpferisch-pädagogischem Geiste dies von Simon geschah, kann man aus seinem für die Praktikumsteilnehmer als Manuskript gedruckten ersten Teile eines ganz neuartigen Elektrotechnischen Praktikumsbuches erschließen. Als Ergebnis aber von Simons Lehrtätigkeit liegt die Tatsache vor, daß aus dem Institute in den dreizehn Jahren seines Bestehens nicht weniger als 41 Arbeiten von Schülern hervorgegangen sind, darunter 25 Dissertationen. Nur wer von der Eigenart und dem wissenschaftlichen Hochstande der Mehrzahl dieser Veröffentlichungen Kenntnis genommen hat, vermag Simons Göttinger Unterricht und dessen schulbildende Kraft recht zu würdigen. Am Sarge legte H. Busch als Vertreter der Schüler Zeugnis ab, wie unablässig Simon an der immer neuen Vertiefung eines jeden seiner Kollegs gearbeitet habe, und gab dem Danke ergreifenden Ausdruck für das, was der verehrte Lehrer den meisten von ihnen auch als Mensch und als fürsorgender Freund gewesen sei. Die vorausgegangenen warmen Worte F. Kleins über Simons Verdienste um die Göttinger Vereinigung und ihre Bestrebungen gipfelten in der Mitteilung: Wenn die Mathematiker dermaleinst in dem der Ausführung entgegengehenden großen Göttinger mathematischen Institute arbeiten werden, dann dürften sie wohl nicht ahnen, daß der erste Gedanke zur Kühnheit dieser Schöpfung im Kopfe eines Physikers, des Physikers Simon gewachsen ist. Simon unterstützte die Vorarbeiten zur Begründung der Göttinger Fachschule für Feinmechanik und Optik durch eine Studienreise nach England, wirkte später im Kuratorium der Schule und errichtete an ihr Kurse in physikalisch-technischer Handfertigkeit für Studierende. Schaffung, Organisation und Leitung einer radiotelegraphischen Großstation wurde von der Marine und Heeresverwaltung Simon anvertraut. Anderthalb Jahre war er Göttinger Stadtverordneter. Er übernahm die Stellung des Fachredakteurs für Physik im Handwörterbuche der Naturwissenschaften (G. Fischer, Jena) und leistete seit 1915 auch wieder die 1905 auf jüngere Schultern übergegangene gesamte Schriftleitungsarbeit an der Physikalischen Zeitschrift. Nachdem er zu Beginn des Krieges als stellvertretender Direktor des Städtischen Elektrizitätswerkes eingesprungen war, machte er sich später durch Einrichtung eines Tag- und Nacht-Fabrikationsbetriebes für Unterseesignal-Empfangsapparate eigener Konstruktion in seinem Institute um das Vaterland verdient und ist dafür mit dem Eisernen Kreuz am weiß-schwarzen Bande ausgezeichnet worden.

Getragen wurde all dieses reiche amtliche Wirken von Simons unermüdlicher Forscherstätigkeit. Als mehr zufällige Früchte des Unterrichtsbetriebes können einige kleinere Veröffentlichungen angesprochen werden: „Über ein Universalstativ für Versuche mit der Braunschen Röhre und Zusammenstellung solcher Versuche"; „Über ein neues magnetometrisches Verfahren zur Messung magnetischer Momente"; „Über einen Phasenmesser und seine Verwendung zur Fernübertragung der Kompaßstellung"; „Einige Demonstrationsversuche mit Wechselstrom höherer Frequenz"; „Über ein neues elektrodynamisches Telephon". Auch der lichtvolle Aufsatz: „Grundlagen für das Verständnis der wich-

tigsten elektrotechnischen Vorrichtungen" im W. Fleischmannschen Lehrbuche der Milchwirtschaft und der Artikel „Elektromotorische Kräfte" im Handwörterbuch der Naturwissenschaften können an dieser Stelle wohl genannt werden. Ebenso aus der Reihe der Dissertationen beispielsweise vielleicht das von G. Leimbach behandelte Thema „Strahlungsempfindlichkeit der Bromsilberplatte gegen verschiedene Wellenlängen", die P. Defreggersche Arbeit, welche das Simonsche Spektralphotometer verbessert, H. Krönickes „Messung der Intensität und Härte der Röntgenstrahlen", C. Boedekers „Untersuchungen über die Einwirkung periodischer Kräfte auf Tropfen", die W. Schlichtersche Dissertation „Spontane Elektronenemission glühender Metalle und das glühelektrische Element".

Im Gegensatze zur Mannigfaltigkeit dieser Nebenleistungen trägt das wissenschaftliche Hauptlebenswerk Simons und seiner Schule ein ungewöhnlich einheitliches und in sich geschlossenes Gepräge. Bewußte Selbstbeschränkung, die er sich beim Ringen mit seinem zähen Stoffe hier immer auferlegte, um Zersplitterung der Kräfte zu vermeiden, diese bewußte Beschränkung auf ein bestimmt umgrenztes Gebiet wurde von Simon selbst jeweils in seiner allzu bescheidenen Weise wohl mit dem Wunsche motiviert: „Ich möchte endlich einmal das Gefühl haben, wissenschaftlich etwas Ganzes zu sein, ein Gebiet der Physik so zu beherrschen, daß ich in allen Sätteln reiten kann".

Der objektive Grund, daß ihn die einmal in Angriff genommene Aufgabe nicht wieder losließ, aber lag in deren unerschöpflichem Reichtum, der sich um so mehr enthüllte, je weiter man vordrang. Es handelte sich um das Problem der Erzeugung ungedämpfter Schwingungen für die Zwecke der Telegraphie ohne Draht und um die Mechanik der Lichtbogenvorgänge. Die Zusammengehörigkeit beider Dinge hatte Simon schon in Frankfurt klar erkannt, während er sich mit dem damals als Abkömmling des sprechenden Flammenbogens von W. Duddell gefundenen selbsttönenden Lichtbogen beschäftigte, d. h. mit der Tatsache, daß ein Lichtbogen durch parallel geschaltetes System von Kapazität und Selbstinduktion zum Tönen gebracht werden kann. Simon hatte zugleich erkannt, daß die Bedingungen für das Auftreten solcher oszillatorischer Ströme in W. Kaufmanns Theorie der Gasentladungen enthalten sind. Allgemein vermag nur ein Leiter mit abfallender Stromspannungs-Charakteristik oszillatorische Ströme stabil zu unterhalten. Die gewünschte Charakteristik aber kann nur gewonnen werden, wenn die Leitfähigkeit in genügendem Grade und in genügendem Bereiche mit der Stromstärke ansteigt. Nennt Simon die schönen Kaufmannschen Ausführungen mit Recht klassisch, so ist nicht minder klassisch, wie Simon in der großen Reihe seiner Arbeiten, die Anwendung der allgemeinen Prinzipien mathematisch exakt formuliert, auf die ganze Mannigfaltigkeit der Lichtbogenerscheinungen anzuwenden verstanden hat, wie er immer neue Einzelfragen stellt und löst oder durch seine Schüler lösen läßt. Es ist noch heute reizvoll, die stetigen Fortschritte in Simons Berichten auf den Naturforscherversammlungen Hamburg (1901), Cassel (1903) und Cöln (1908) und die daran anknüpfenden Diskussionen zu verfolgen: wie da z. B. neues Licht auf das Wesen der „Aktivität" von Funken fällt, wie der tönende Flammenbogen tatsächlich als Lösung des Orgelpfeifenproblems auf elektrischem Gebiete dargetan wird, wie Stoßerregung und die Erfolge der Poulsenlampe im Wasserstoff ihre Erklärung finden. Im Mittelpunkte der Forschungen, die aus dem Göttinger Institut für angewandte Elektrizitätslehre hervorgegangen sind, aber steht Simons grundlegende und richtunggebende

Arbeit „Über die Dynamik der Lichtbogenvorgänge und über Lichtbogenhysteresis“ aus dem Jahre 1905. Sie bringt in die der alten Auffassung immer wieder spottende Kompliziertheit der Lichtbogenvorgänge diejenige Klarheit, die zu deren experimenteller Bewältigung erforderlich ist. Es wird der neue Begriff der dynamischen Lichtbogencharakteristik eingeführt und durch Beobachtungen am Wechselstromlichtbogen auf Grund von Oszillographenkurven entdeckt, daß die Charakteristik eines Lichtbogens von seiner Vorgeschichte abhängt, für welche Erscheinung Simon den Namen Lichtbogenhysteresis geprägt hat. Die Abhängigkeit dieser Lichtbogenhysteresis von verschiedentlichen besonderen Versuchsbedingungen wird untersucht, eine exakte Theorie der Lichtbogenvorgänge unter Zugrundelegung der Ionentheorie des Lichtbogens aufgestellt und diskutiert. Es wird nachgewiesen, daß eine oszillatorische Funkenentladung nichts anderes ist als ein Wechselstromlichtbogen hoher Frequenz. Der spezifische Unterschied im Verhalten des metallischen und des Kohlelichtbogens kann auf einfache quantitative Faktoren zurückgeführt werden. Die Lichtbogenhysteresis erweist sich als Ursache des Duddellschen selbsttönenden Lichtbogens. Eine zusammenfassende Darstellung „Über ungedämpfte elektrische Schwingungen“ gibt Simon 1907 im Jahrbuche der drahtlosen Telegraphie und Telephonie, wobei er sich noch auf die Resultate der inzwischen abgeschlossenen Dissertation seines Schülers H. Barkhausen über den gleichen Gegenstand stützt.

Konnte das Lichtbogenphänomen durch die Arbeiten Simons qualitativ als völlig aufgeklärt gelten, und konnte es dank dieser Arbeiten auch nach der quantitativen Seite aus seiner physikalischen Natur heraus weitgehend durchschaut werden, so blieb im einzelnen doch noch viel zu tun übrig. Das Arbeitsprogramm für die Ausfüllung der Lücken des Beobachtungsmaterials und für die nur so mögliche, weitere Fortführung der Theorie ist dann von Laboranten des Göttinger Institutes unter Simons Leitung nach den verschiedensten Richtungen hin mit durchschlagendem Erfolge in Angriff genommen worden. Aus der Reihe erledigter wichtiger Einzelaufgaben mag hier nur die Frage nach dem Zusammenhange zwischen Ionisierungszustand der Gasstrecke und glühelektrischem Effekt an der Kathode erwähnt werden. Von Schülern, deren Arbeiten das Simonsche Schwingungs- und Lichtbogenproblem besonders gefördert haben, seien andererseits genannt: D. Roschansky, G. Lange, K. W. Wagner, A. W. Malcolm, W. Rihl, H. Busch, M. Reich, R. Porter, H. Lichte, E. Merkel, W. Grotrian, V. Pieck, H. Wiesinger. Die Resultate dieser Arbeiten führten einmal zu technischer Vervollkommnung der Methoden der drahtlosen Telegraphie, ihrer Sende- und Empfangsapparate, sodann gaben sie theoretische Aufklärung auch über die Wirkungsweise praktisch bewährter neuer Fortschritte, die von anderer Seite gemacht worden waren. Eine der letzten durch Simon angeregten und geförderten Untersuchungen ist die lehrreiche Pieck sche Dissertation (1917) über das aktuelle Thema der Vorgänge im sogenannten Löschfunken. Der 1911 in Berlin gehaltene Experimentalvortrag Simons über den elektrischen Lichtbogen erschien auf Wunsch des begeisterten Zuhörerkreises im Buchhandel.

In Anerkennung seiner Verdienste als Lehrer und Forscher war Simon schon 1907 zum persönlichen o. ö. Professor der Physik und angewandten Elektrizität ernannt worden, 1916 zum Geh. Regierungsrat. Im Jahre 1912 wirkte er als Abteilungsvorsteher und Dekan der Fakultät. Für das Jahr 1917/18 wurde er mit 43 von 50 Stimmen zum Rektor der Georgia Augusta gewählt. Mit welcher Aufopferung und

mit welchem Erfolge er, unter den Schwierigkeiten der Zeit, dieses Amtes gewaltet und dabei sein hervorragendes Organisationstalent betätigt hat, das erfuhr man bei der Trauerfeier aus verschiedenstem Munde. Sein Nachfolger im Rektorat, der Hygieniker Reichenbach, bezeugte, daß Simon immer unter die Zahl der großen Rektoren Göttingens gerechnet werden würde. Ein Hauptwerk, dessen Zustandekommen die Georgia Augusta der unermüdlichen Tätigkeit ihres Rektors dankte, ist der Universitätsbund Göttingen E. V. zur Förderung aller Aufgaben der Universität und des wissenschaftlichen Lebens. Die feierliche Begründung des Bundes am 26. Juni 1918 stellt wohl den Höhepunkt von Simons akademischer Wirksamkeit dar. Uns ist von diesem Tage geblieben seine Rektoratsrede „Leben und Wissenschaft, Wissenschaft und Leben". Den ferner Stehenden nicht den Freunden zeigt sie Simon von einer ganz neuen Seite. Die Rede ist nicht, wie der Titel vermuten ließe, nur ein hohes Lied auf die Göttinger Bestrebungen, nicht nur eine begeisternde warmherzige Mahnung, die Wissenschaft lebendig und das Leben wissenschaftlich zu gestalten. Sie gibt, tiefer grabend und an sinnige Verse des deutschen Malerdichters Hans Thoma sinnig anknüpfend, in vollendet künstlerischer Form ein auf Erkenntnistheorie Mach-Avenariusschen Gepräges begründetes energiewissenschaftliches Weltbild, als Anpassungsresultat der Seele an die „Lebensgewohnheiten des Lebensungeheuers". Sie enthält für den Physiker manch beachtenswertes Wort über die Wege, welche uns von den Einsteinschen Relativitätstheorien gewiesen werden.

Das Übermaß der Anstrengung des Rektorats-Kriegsdienstjahres hatte Simons körperliche Widerstandskräfte gebrochen. Die Rektoratsrede wurde sein letztes Vermächtnis.

„So trugst Du wie ein Held, mit siegendem Gewissen, die Herzenswunde, die der Krieg Dir noch gerissen" hatte Simon seinem väterlichen Freunde Riecke nachgerufen. Ihn sollte dasselbe Schicksal treffen, kurz vor dem eigenen Ende noch den Tod eines trefflichen Sohnes im Felde betrauern zu müssen. Auch er blieb da Held. Dann hat er den letzten Kampf als Kirner Simon und als Sohn seines Vaters durchgekämpft.

Th. Des Coudres.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Mechanik des Freiballons.

Von Felix Jentzsch-Gräfe.

§ 1. Grundgleichung. Als Freiballon bezeichnen wir jedes Luftfahrzeug, „leichter als die Luft", solange es sich ohne eine andere Kraft als die des statischen Auftriebes bewegt.

Wir beschränken uns auf Ballone von konstantem Volumen V, deren Füllung vom spezifischen Gewicht σ stets unter dem gleichen Druck wie die umgebende Luft vom spezifischen Gewicht s stehen soll. Diese Voraussetzung ist streng genommen nur für die untere Öffnung des Ballons erfüllt. In Wirklichkeit herrscht stets ein gewisser Überdruck im Ballon, der in der Höhe h über der Öffnung den Wert

$$\Delta p = (s - \sigma)\, h$$

hat.

Bezeichne noch B (Ballast) das Gewicht der unelastischen Hülle einschließlich aller gehobenen Gegenstände, wie Registrierinstrumente, Beleuchtungseinrichtungen (bei Piloten) oder Maschinen, Gondel, Menschen, Ballast. Dann ist augenscheinlich der „freie Auftrieb" A gegeben durch die Grundgleichung:

$$A = V(s - \sigma) - B. \qquad (1)$$

Bezeichnen wir noch mit $T = s - \sigma$ die Tragkraft einer bestimmten Gasfüllung, also z. B. bei 0^{0} C und Atmosphärendruck für reinen Wasserstoff $T_0 = 1{,}1$ kg/cbm oder gr/lit; für Leuchtgas ca. $T_0 = 0{,}74$ kg/cbm, so nimmt

Gleichung 1 die in der Technik gebräuchliche Form an:

$$A = V \cdot T - B. \qquad (1a)$$

§ 2. Beschleunigungsperiode. Unter dem Einfluß dieses Auftriebes beginnt der Ballon mit beschleunigter Geschwindigkeit zu steigen, aber bald wird infolge des steigenden Luftwiderstandes die Bewegung stationär. Um zu zeigen, daß dieser stationäre Zustand mit Ausnahme ganz phantastischer Fälle schon nach wenigen Sekunden erreicht ist, behandeln wir den Ansatz

$$m\frac{dv}{dt} = A - cv^2, \qquad (2)$$

wobei m die gesamte bewegte Masse, also B plus Gasgewicht und v die Vertikalgeschwindigkeit ist. Dabei ist der Luftwiderstand einfach proportional zu v^2 angenommen, was bei den in Betracht kommenden Steiggeschwindigkeiten nicht falsch sein wird. Vernachlässigt ist dagegen, daß mit den beim Steigen sinkenden Luftdruck nicht nur der Widerstand und der freie Auftrieb abnehmen, sondern auch die bewegte Masse selbst variabel ist. Trotzdem mag der Ansatz für eine überschlägige Betrachtung genügen, da sich zeigen wird, daß schon in geringen Höhen jede Beschleunigung aufhört. Integration von (2) liefert zunächst

$$t = \frac{m}{2\sqrt{Ac}} \ln \frac{\sqrt{A/c} + v}{\sqrt{A/c} - v},$$

wobei die Integrationskonstante wegen der Anfangsbedingung $t = 0$, $v = 0$ verschwindet. Die Geschwindigkeit wird

$$v = \sqrt{\frac{A}{c}} \cdot \frac{e^{\frac{2}{m}\sqrt{Ac}\cdot t} - 1}{e^{\frac{2}{m}\sqrt{Ac}\cdot t} + 1}.$$

Wie man sieht, wächst die Geschwindigkeit asymptotisch; doch läßt sich zeigen, daß der größte Teil der maximalen Geschwindigkeit schon sehr bald erreicht wird. Aus $\frac{dv}{dt} = 0$ ergibt sich die maximale Geschwindigkeit zu:

$$v_m = \sqrt{\frac{A}{c}}$$

also

$$v = v_m \frac{e^{\frac{2}{m}\cdot\frac{A}{v_m}t} - 1}{e^{\frac{2}{m}\cdot\frac{A}{v_m}t} + 1}. \qquad (3)$$

Setzen wir $v = \varepsilon v_m$ und lösen nach t auf, so kommt

$$t = \frac{m v_m}{2A} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}.$$

Setzen wir darin z. B. $\varepsilon = 0{,}9$, so liefert uns diese Gleichung die Zeit in Sekunden, in der sich die Steiggeschwindigkeit des Ballons ihrem maximalen Wert bis auf 10 Proz. nähert. Je größer also der freie Auftrieb ist, um so schneller wird die Periode des beschleunigten Steigens durchlaufen.

Durch nochmalige Integration nach der Zeit findet man für die Höhe h, in der der Ballon die Geschwindigkeit $v = \varepsilon \cdot v_m$ erreicht hat

$$h = \frac{m}{2A} \cdot v_m^2 \ln \frac{4\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2}.$$

Beispiele: 1. Für einen Ballon von 25 g bewegter Masse und einem freien Auftrieb von 30 g Gewicht = 29430 Dyn., der vielleicht eine maximale Steiggeschwindigkeit von 180 m/min oder 300 cm/sec erreichen mag, findet man, daß er 99 Proz. seiner Steiggeschwindigkeit bereits nach 0,65 sec erreicht hat. Er ist dann 2 m gestiegen.

2. Ein Ballon von der Masse 20 kg und einem freien Auftrieb von nur 2,5 kg nähert sich seiner maximalen Geschwindigkeit von z. B. 200 cm/sec bis auf 90 Proz. bereits nach 2,4 sec und auf 99 Proz. nach 4,3 sec. Er hat dann die Höhen von 4,6 m bzw. 8,3 m erreicht.

3. Ein Luftschiff von 10000 kg bewegter Masse und nur 100 kg freiem Auftrieb wird sich seiner maximalen Vertikalgeschwindigkeit von z. B. 100 cm/sec genähert haben bis auf

90 Proz.	nach	15,0 sec	in einer Höhe v.	14,5 m
95 „	„	18,7 „	„ „ „	18,4 „
99 „	„	27,0 „	„ „ „	27 „.

§ 3. Stationäre Bewegung. Da es sich also stets um sehr geringe Zeiten und Höhen handelt, lassen wir weiterhin diese Beschleunigungsperiode außer Betracht und beschränken uns auf den stationären Zustand, setzen also den freien Auftrieb in jedem Augenblick gleich dem Luftwiderstand. Dieser werde proportional zu $s \cdot f(v)$ angenommen, wobei die Proportionalitätskonstante die Einflüsse des Maßstabes (wirksamer Querschnitt), der spezifischen Reibung des Materials, den Formfaktor usw. enthält. Die Proportionalität des Widerstandes zum spezifischen Gewicht des Mediums s ist bisher durch alle Erfahrungen bewährt. Die Funktion $f(v)$, die die Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Geschwindigkeit allein enthält, bleibe zunächst unbestimmt. Die Grundgleichung (1) geht dann nach Division mit s über in die Form

$$\frac{A}{s} = V\left(1 - \frac{\sigma}{s}\right) - \frac{B}{s} = \text{konst.} \cdot f(v). \qquad (1b)$$

Die Anfangsbedingungen des durch diese Gleichung dargestellten Zustandes sind

$$t = 0, \quad h = h_0, \quad v = v_0,$$

wobei also angenommen ist, daß der Ballon mit einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit zu steigen beginnt, die in praxi mit der vorher besprochenen Maximalgeschwindigkeit zusammenfallen wird. σ und s sind noch mit Druck und Temperatur veränderlich. Wenn die Gasfüllung des Ballons den allgemeinen Gasgesetzen folgt, und stets die gleiche Temperatur wie die umgebende Luft hat, so ist aber

$$1 - \frac{\sigma'}{s'} = 1 - \frac{\sigma_0}{s_0}$$

und wir haben aus

$$V\left(1 - \frac{\sigma}{s}\right) = \frac{A_0 + B}{s_0}$$

mithin

$$\frac{A_0 + B}{s_0} - \frac{B}{s} = \text{konst.} \cdot f(v).$$

Da andererseits augenscheinlich

$$\frac{A_0}{s_0} = \text{konst.} \cdot f(v_0),$$

so fällt bei Division die unbekannte Konstante, die Reibungskoeffizient, Luftwiderstands- und Formfaktor usw. enthält, fort und man hat:

$$\frac{f(v)}{f(v_0)} = 1 + \frac{B}{A_0} \cdot \frac{s - s_0}{s}. \tag{4}$$

Hierin ist der Quotient $\frac{s_0}{s}$ gleich der sogenannten Höhenzahl n, die angibt, um wieviel mal der Luftdruck am Boden größer ist als in der Höhe des Ballons. Weiter führen wir noch als charakteristische Konstante eines Ballons seinen spezifischen Steigwert an:

$$p = \frac{A_0}{B},$$

wobei p also der freie Auftrieb der Gewichtseinheit ist. Durch Abwägen am Boden ist der anfängliche freie Auftrieb A_0 sowie das Gewicht B der gehobenen Masse stets leicht festzustellen, so daß dieser Steigwert p, als eine sowohl der Messung leicht zugängliche, wie die Bewegung tatsächlich charakterisierende Größe sich wohl zur allgemeinen Einführung eignen würde.

Mit diesen Bezeichnungen lautet die Formel der Geschwindigkeit

$$\frac{f(v)}{f(v_0)} = 1 - \frac{n - 1}{p}. \tag{4a}$$

Aus der Form dieser Gleichung ersieht man zunächst, falls $f(v)$ nicht periodisch ist und ständig mit dem Argument wächst, daß v stets kleiner als v_0 ist; die Steiggeschwindigkeit nimmt also dauernd ab, und zwar nur langsam bei großem Steigwert und kleiner Höhenzahl.

Augenscheinlich bietet sich hier ein Weg, die Form der Funktion $f(v)$, d. h. das Gesetz des Luftwiderstandes in einen bestimmten Gültigkeitsbereich experimentell zu erreichen.

Man hat nämlich einerseits aus Formel (4a) die Funktionswerte f selbst in Abhängigkeit von der Höhenzahl n und dem spezifischen Steigwert p. Die Werte $\frac{f(v)}{f(v_0)}$ sind in Tabelle I zusammengestellt und können noch strenge Richtigkeit in Anspruch nehmen.

Die vor die Höhenzahl gesetzten Höhen selbst sind natürlich nicht streng richtig, da der Einfluß des Temperaturgefälles in der Atmosphäre hierbei noch nicht berücksichtigt ist.

Die Geschwindigkeit v selbst kann man andererseits experimentell, z. B. aus Doppelanschnitten eines Ballons von den Enden einer längeren Basis aus, hinreichend genau ermitteln. Der Vergleich zwischen diesen Werten und denen der Tabelle I liefert direkt die Form von $f(v)$,

Tabelle I.

Funktion $\frac{f(v)}{f(v_0)}$ des Luftwiderstands.

Höhe in m	Höhenzahl n	Steigwerte p						
		0,1	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	5,0
0	1,0000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
500	1,0646	0,354	0,871	0,935	0,952	0,968	0,978	0,987
1000	1,1333	—	0,733	0,867	0,900	0,933	0,956	0,973
1500	1,2065	—	0,587	0,794	0,845	0,900	0,931	0,959
2000	1,2844	—	0,431	0,716	0,787	0,858	0,905	0,943
3000	1,4556	—	0,100	0,544	0,658	0,772	0,848	0,909
4000	1,6497	—	—	0,350	0,513	0,675	0,783	0,870
5000	1,8696	—	—	0,130	0,348	0,565	0,710	0,826
6000	2,1189	—	—	—	0,165	0,441	0,627	0,776
8000	2,7213	—	—	—	—	0,139	0,426	0,656
10 000	3,4953	—	—	—	—	—	0,168	0,501
12 000	4,4893	—	—	—	—	—	—	0,302
14 000	5,7659	—	—	—	—	—	—	0,047

d. h. das Luftwiderstandsgesetz für einen Körper von Form und Größe des verwandten Ballons.

Die beste Übereinstimmung mit der Erfahrung liefert ein quadratisches Gesetz mit zwei Konstanten. Doch reicht auch das quadratische Widerstandsgesetz mit nur einer Konstante aus. Diese Form wird auch in den meisten Untersuchungen für den bei Freiballons in Betracht kommenden Geschwindigkeitsbereich angenommen; der Luftwiderstand sei also in der vorliegenden Arbeit weiterhin proportional zu sv^2, d. h. der lebendigen Kraft des vertikalen Luftstromes relativ zum Ballon gesetzt. Dann wird

$$\frac{v^2}{v_0^2} = 1 - \frac{n-1}{p}. \qquad (4\text{b})$$

Diese Formel ist von beträchtlicher praktischer Bedeutung. Wie der Zusammenhang in diesem Fall im einzelnen ist, zeigt Tabelle II.

Tabelle II.

Abnahme der Steiggeschwindigkeit.

Höhe in m	Steigwerte p 0,1	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	5,0
0	100 Proz.	100 Proz.	100 Proz.	100 Proz.	100 Proz.	100 Proz.	100 Proz.
500	59,5 „	93,3 „	96,6 „	97,5 „	98,3 „	98,8 „	99,3 „
1 000	—	85,6 „	93,1 „	94,8 „	96,6 „	97,7 „	98,6 „
1 500	—	76,6 „	89,0 „	91,9 „	94,7 „	96,5 „	97,8 „
2 000	—	65,6 „	84,6 „	88,6 „	92,6 „	95,1 „	97,1 „
3 000	—	31,6 „	73,7 „	81,1 „	87,8 „	92,0 „	95,3 „
4 000	—	—	59,1 „	71,6 „	82,1 „	88,4 „	93,2 „
5 000	—	—	36,1 „	58,9 „	75,2 „	84,2 „	90,8 „
6 000	—	—	—	40,7 „	66,3 „	78,2 „	88,0 „
8 000	—	—	—	—	37,3 „	65,2 „	80,9 „
10 000	—	—	—	—	—	41,0 „	70,7 „
12 000	—	—	—	—	—	—	54,9 „
14 000	—	—	—	—	—	—	21,6 „

Jedenfalls ist bemerkenswert, daß allein durch den Steigwert p, also eine einzige, leicht meßbare Konstante bestimmt ist, wieviel der Ballon in einer beliebigen Höhe h noch von seiner ursprünglichen Steiggeschwindigkeit beibehalten hat.

Wie man sieht, nimmt bei großen Steigwerten p die Geschwindigkeit nur sehr langsam mit der Höhe ab.

§ 4. Schwimmhöhe. Die Höhe, in der die Geschwindigkeit bis auf Null gesunken ist, nennen wir die Schwimmhöhe oder Normalhöhe des Ballons. Sie ist ebenfalls ausschließlich durch den Steigwert p bestimmt und von allen anderen Eigenschaften, wie Volumen, Form, Art des Füllgases, Anfangsgeschwindigkeit usw. gänzlich unabhängig. Sie ist nach Gleichung (4b) bedingt aus $v = 0$ durch

$$p = n - 1. \qquad (5)$$

Unter Benutzung der Höhenzahl n lautet aber die barometrische Höhenformel

$$h = 18450\,(1 + \alpha t_m) \cdot \log n,$$

wo α der thermische Ausdehnungskoeffizient idealer Gase (der Luft) und t_m die mittlere Temperatur der betrachteten Luftsäule ist.

Für einen Ballon vom Steigwert p ist mithin seine maximale oder Schwimmhöhe gegeben durch:

$$h_{\max} = 18450\,(1 + \alpha t_m) \log (1 + p) = H' \ln (1 + p), \qquad (6)$$

wo noch

$$H' = H_0 (1 + \alpha t_m)$$

die Höhe der „homogenen Atmosphäre" ist.

Danach berechnet sich folgende Tabelle der Schwimmhöhen[1]). (Siehe Tabelle III.)

Die Zahlen der Spalte 3 sind berechnet für den Fall „isothermen" Aufstiegs, daß also die Temperatur des Füllgases stets gleich der der

Tabelle III.

Steigwert p	Schwimmhöhe bei durchweg 0^0 C	„isothermer" Aufstieg
0,1	762 m	925
0,2	1 457 „	1 755
0,3	2 096 „	2 505
0,4	2 688 „	3 195
0,5	3 240 „	3 825
1,0	5 540 „	6 355
1,5	7 320 „	8 230
2,0	8 780 „	9 700
3,0	11 080 „	11 920
4,0	12 860 „	13 540
5,0	14 320 „	14 720
10,0	18 475 „	18 070

1) Im Sommer 1915 habe ich in Ostende häufig aus der bei Doppelanschnitten gefundenen wirklichen Schwimmhöhe und dem anfänglichen gemessenen Steigwert die mittlere Temperatur der dazwischen liegenden Luftsäule berechnet. Die Resultate standen in guter Übereinstimmung mit den Angaben gleichzeitiger Drachenaufstiege.

umgebenden Luft ist, wobei die letztere in normaler Weise mit der Höhe abnehmen soll. Zugrunde gelegt wurde eine Temperaturabnahme von 6^0 für je 1000 m Höhe und in 2000 m Höhe eine durchschnittliche Temperatur von 0^0 C. Oberhalb der Troposphäre, d. h. oberhalb ca. 11000—12000 m Höhe wurde eine gleichmäßige Temperatur von -55^0 C angenommen. (Näheres in § 6, Temperatureinflüsse.)

Unter Benutzung der Tragkraft $T = s - \sigma$ eines Gases und Einführung der natürlichen Logarithmen können wir Gleichung (6) auch schreiben (vgl. Gl. 1a)

$$h_{\max} = H' \ln \frac{V T_0}{B}. \tag{6a}$$

In dieser Form ist der Einfluß der Ballastabgabe leichter zu übersehen. Falls das Volumen des Ballons während eines Aufstiegs unverändert bleibt und keine Gasmischung durch Diffusion eingetreten ist, haben wir

$$d h_{\max} = -8013 (1 + \alpha t') \frac{\Delta B}{B}, \tag{7}$$

wobei t' hier die Temperatur in der Höhe selbst des Ballons ist.

Für je 1 Proz. Ballastverminderung steigt also die Schwimmhöhe

um 86	m	bei	$+20^0$ C
80,1	„	„	0^0
74,3	„	„	-20^0
68,4	„	„	-40^0

Dies ist das bekannte Gesetz der Ballastwirkung[1]).

Es gilt nur für kleine Ballaständerungen, da vorausgesetzt wurde, daß sich die Temperatur auf der infolge der Ballastausgabe durchstiegenen Strecke nicht ändert. Bei größeren Ballaständerungen muß auf Gl. 6 und die Tabelle der Schwimmhöhen zurückgegriffen werden.

§ 5. Steigzeiten. Es interessiert nunmehr vor allem, in welcher Zeit die Schwimmhöhe und welche Höhen in jedem anderen Augenblick erreicht werden.

Dazu gehen wir von Gl. 4b aus und eliminieren die Höhenzahl n. Differentiation der Gl. 4b gibt:

$$2 v \frac{dv}{dt} = -\frac{v_0^2}{p} \frac{dn}{dt}.$$

Andererseits lautet die differenzierte barometrische Höhenformel

$$\frac{dh}{dt} = v = \frac{H}{n} \cdot \frac{dn}{dt}.$$

An beiden folgt mit Hilfe von Gl. (4b):

1) Vgl. z. B. Emden, Grundlagen der Ballonführung. § 10.

$$2 H \frac{dv}{dt} = -\frac{v_0^2}{p} \cdot n = v^2 - v_0^2 \frac{p+1}{p}.$$

Dies gibt integriert

$$\ln \frac{q+v}{q-v} = -\frac{q}{H} t + \text{Konst.},$$

wobei

$$q^2 = v_0^2 \frac{p+1}{p}$$

gesetzt ist.

Nach Bestimmung der Konstanten aus den Anfangsbedingungen

$$t = 0, \quad v = v_0$$

findet man endlich

$$v = q \frac{r - e^{qt/H}}{r + e^{qt/H}} \tag{8}$$

wobei

$$r = \frac{q + v_0}{q - v_0} = \frac{\sqrt{1+p} + \sqrt{p}}{\sqrt{1+p} - \sqrt{p}}.$$

Nach Gl. (8) kann man also die Steiggeschwindigkeit eines Ballons für jeden beliebigen Augenblick berechnen, wenn man ihn am Boden abgewogen hat, so daß p und also r bekannt sind, und außerdem seine Anfangsgeschwindigkeit v_0 weiß. Nur diese beiden Konstanten treten auf. Zur Bequemlichkeit folge noch eine Tabelle für die Konstanten r und $\frac{q}{v_0}$.

Tabelle IV.

Steigwert p	r	q/v_0
0,1	1,864	3,317
0,2	2,380	2,450
0,5	3,735	1,732
1,0	5,832	1,414
1,5	7,875	1,292
2,0	9,905	1,225
3,0	13,930	1,155
5,0	21,96	1,095
10,0	41,97	1,049

Die Zeit, in der diese Schwimmhöhe erreicht wird, die Gesamtsteigzeit bestimmt sich aus Gl. (8) für $v = 0$ zu

$$t_{\max} = \frac{H}{q} \ln r. \tag{9}$$

Danach ergibt sich Tabelle V. Dabei ist abgesehen von der anfänglichen, nur nach wenigen Sekunden zählenden Beschleunigungsperiode.

Es ist bemerkenswert, daß bei gleichen Konstanten p und v_0 die Gesamtsteigzeit eines Ballons also unabhängig von seiner Größe und der Art seiner Füllung und in gewissen Grenzen auch unabhängig von seiner Form ist, in soweit nämlich, als der Luft-

Tabelle V.

Steigwert p	Die Gesamtsteigzeit bestimmt aus dem Steigwert p und der Anfangsgeschwindigkeit v_0							
	1 m/sec 60 m/min	1,5 m/sec 90 m/min	2 m/sec 120 m/min	2,5 m/sec 150 m/min	3 m/sec 180 m/min	3,5 m/sec 210 m/min	4 m/sec 240 m/min	5 m/sec 300 m/min
0,1	25 min	16,7	12,5	10,0	8,3	7,2	6,3	5,0
0,2	47	31,5	23,5	19	15,5	13,5	11,5	9,5
0,5	101	67	51	41	34	29	25,5	20,5
1,0	166	111	83	66	55	47	41,5	33
1,5	213	153	106	85	71	61	53	42,5
2	249	166	125	100	83	71	62	50
3	304	202	152	121	101	87	76	61
5	375	250	188	150	125	112	94	75
10	475	305	237	190	158	136	119	95

widerstand proportional zu v^2 gesetzt werden kann.

Die Abnahme der Geschwindigkeit innerhalb der gesamten Steigzeit erfolgt natürlich nicht gleichmäßig. Zu Zeit $t = \varepsilon\, t_{\max}$ ist die Geschwindigkeit auf $v = \varkappa\, v_0$ gefallen. Je mehr ε anwächst, um so kleiner wird $\varkappa$, um endlich für $\varepsilon = 1$ ganz zu verschwinden.

Aus Gl. (8) wird dann nach (9) ohne weiteres

$$\varkappa = \frac{r+1}{r-1} \cdot \frac{r - r^{\varepsilon}}{r + r^{\varepsilon}}. \tag{10}$$

Die Verteilung der Geschwindigkeit in die Gesamtsteigzeit ist also nur abhängig vom Steigwert p. Sie ist unabhängig von allen sonstigen Eigenschaften des Ballons, wie Größe, Art der Füllung usw. und ist auch unabhängig von der Anfangsgeschwindigkeit. Beispielsweise ist in Tabelle VI berechnet, welcher Bruchteil ε der Gesamtsteigzeit verstrichen ist, wenn die Anfangsgeschwindigkeit auf die Hälfte gesunken ist, und welcher Bruchteil $\varkappa$ der Anfangsgeschwindigkeit noch nach Ablauf der halben Gesamtsteigzeit vorhanden ist.

$$(n)_{\frac{t_{\max}}{2}} = \frac{2(p+1)}{1+\sqrt{p+1}} \tag{11}$$

Auch diese ist unabhängig von der Anfangsgeschwindigkeit. Danach ist die letzte Spalte der Tabelle VI berechnet.

Bei den gewöhnlich auftretenden, ziemlich niedrigen Steigwerten hat also jeder Ballon in seiner halben Gesamtsteigzeit etwa $^3/_4$ der von ihm erreichbaren Höhe erlangt.

Um auch noch die Zwischenhöhen selbst als Funktion der Zeit zu erhalten, integriert man Gl. (8) nochmals

$$h = qt - 2H \ln\left(r + e^{\frac{q}{H}t}\right) + \text{Konst.}$$

Nach Bestimmung der Konstanten aus den Anfangsbedingungen $t = 0$ und $h = h_0$ findet man endlich

$$h - h_0 = qt - 2H \ln \frac{r + e^{\frac{q}{H}t}}{r+1} \tag{12}$$

so daß man nach Gl. (12) die Höhe des Ballons in jedem beliebigen Augenblick berechnen kann.

Tabelle VI.

Steigwert p	Zeit der halben Anfangsgeschwindigkeit	Geschwindigkeit nach der halben Gesamtsteigzeit	Höhe nach der halben Gesamtsteigzeit
0,1	0,51 . $t_{\max}$	0,51 · v_0	0,74 · $h_{\max}$
0,2	0,52	0,53	0,74
0,5	0,55	0,55	0,73
1,0	0,58	0,59	0,73
1,5	0,60	0,61	0,72
2,0	0,62	0,63	0,72
3,0	0,65	0,66	0,71
5,0	0,68	0,71	0,69
10,0	0,72	0,77	0,60

Für die nach der halben Gesamtsteigzeit erreichte Höhe ergibt sich aus Gl. (10) in Verbindung mit Gl. (4b) nach geringen Umformungen die Höhenzahl

Setzt man in dieser Gleichung für die Zeit t die maximale Steigzeit

$$t_{\max} = \frac{H}{q} \ln r$$

ein, so kommt für die Höhe

$$h_{\max} = H \ln (p + 1),$$

wie es sein muß.

§ 6. Die Anfangsgeschwindigkeit. In den vorstehenden Formeln ist alles enthalten, was sich aus allgemeinen Ansätzen über einen Ballon aussagen läßt, wobei als bestimmende Größe stets nur der Steigwert p und die Anfangsgeschwindigkeit v_0 erscheinen. Letztere könnte man auf andere Größen zurückführen, etwa durch den den stationären Zustand charakterisierenden Ansatz: „Freier Auftrieb gleich Reibungskraft"

$$A_0 = f \cdot \varrho \cdot Q \cdot s_0 \cdot v^2, \qquad (13)$$

wobei ϱ als spezifische Reibung dem Material der Ballonhülle Rechnung tragen soll, Q den wirksamen Querschnitt und f einen „Formfaktor" bedeuten, der noch seinerseits von der Größe des wirksamen Querschnitts abzuhängen scheint.

In Verbindung mit Gl. (1) und dem Steigwert p ergibt sich

$$v_0^2 = \frac{p}{p+1} \cdot \frac{s_0 - \sigma_0}{s_0} \cdot \frac{1}{f \cdot \varrho} \cdot \frac{V}{Q}. \qquad (14)$$

Da $\frac{s_0 - \sigma_0}{s_0}$ nach den allgemeinen Gasgesetzen eine Konstante ist, so ist also die Anfangsgeschwindigkeit unabhängig vom Barometerstand und Temperatur, dagegen abhängig von den Größenverhältnissen, vom Steigwert und der Art des Füllgases.

Im Falle eines Kugelballons kann $f = \frac{1}{3}$ gesetzt werden und $\frac{V}{Q}$ wird gleich $\frac{2}{3} D$, wo D der Durchmesser des Ballons, also

$$v_0^2 = \frac{p}{p+1} \cdot \frac{s_0 - \sigma_0}{s_0} \cdot \frac{2}{\varrho} D. \qquad (14a)$$

Die Anfangsgeschwindigkeit eines Wasserstoffballons ist also um 30 Proz. größer als die eines gleich großen Leuchtgasballons vom gleichen Steigwert. Die Schwimmhöhe ist für beide natürlich dieselbe. Die Gesamtsteigzeit ist aber für den Wasserstoffballon um 24 Proz. geringer.

Für Fälle der Praxis ist es jedoch besser, die Anfangsgeschwindigkeit besonderen Versuchen zu entnehmen, wie sie für Kugelballons mehrfach vorliegen.

§ 7. Temperatureinflüsse. Bisher wurde angenommen, daß sich die Bewegung des Ballons in der Weise vollzieht, daß er seine Anfangstemperatur beibehält. Insbesondere ist die Tabelle der Schwimmhöhe unter dieser Voraussetzung berechnet. Die Gasfüllung ändert aber während der Bewegung ihre Temperatur. Um die dadurch bewirkten Abweichungen von den vorstehend entwickelten Gesetzen zu untersuchen, geht man am besten auf Gl. (1a) zurück.

$$A = VT - B.$$

Nach den Gasgesetzen ist die Tragkraft einer bestimmten Gasfüllung

$$T = \left(\frac{s_0}{\vartheta} - \frac{\sigma_0}{\tau}\right) \frac{\vartheta_0}{n},$$

wo n die Höhenzahl, ϑ_0 die Anfangstemperatur, ϑ die Lufttemperatur in einer bestimmten Höhe h und τ die Gastemperatur in der gleichen Höhe sind; sämtliche Temperaturen sind absolute.

Als bestimmend für die Schwimmhöhe folgt daraus zunächst aus $A = 0$ für die maximale Höhenzahl

$$n_{\max} = \frac{V}{B} \cdot \vartheta_0 \left[\frac{s_0}{\vartheta} - \frac{\sigma_0}{\tau}\right].$$

Mit Benutzung des Steigwertes p ist nach Gl. (1a)

$$\frac{V(s_0 - \sigma_0)}{B} = p + 1$$

also

$$n_{\max} = (p+1) \left[\frac{s_0}{s_0 - \sigma_0} \cdot \frac{\vartheta_0}{\vartheta} - \frac{\sigma_0}{s_0 - \sigma_0} \cdot \frac{\vartheta_0}{\tau}\right]. \qquad (15)$$

Wir unterscheiden drei Fälle.

I. Falls Gastemperatur und Lufttemperatur beide gleich der Anfangstemperatur geblieben sind, ist

$$\vartheta = \tau = \vartheta_0$$

dann wird aus Gl. (15)

$$n_{\max} = p + 1,$$

wie schon in Gl. (5) als Bedingung für die Schwimmhöhe gefunden wurde (vgl. Tabelle III, Spalte 2).

II. Falls sich Gas- und Lufttemperatur zwar mit der Höhe ändern, aber keine Übertemperatur der Gasfüllung eintritt, wird

$$\tau = \vartheta \mp \vartheta_0$$

und

$$n_{\max} = (p+1) \frac{\vartheta_0}{\vartheta}. \qquad (15a)$$

Wegen der barometrischen Höhengleichung

$$h = H \cdot \ln n$$

folgt als Zuwachs zu der nach Gl. (6) berechneten Schwimmhöhe

$$\Delta h_{\max} = H_0 \left(1 + \frac{\vartheta_0 + \vartheta}{2}\right) \ln \frac{\vartheta_0}{\vartheta};$$

Dieser Höhenzuwachs ist also gänzlich unabhängig von der Größe des Ballons, der Art der Gasfüllung und der erreichten absoluten Höhe.

Aus Gl. (15a) folgt für eine Bodentemperatur von 0° C

bei einer Temperaturabnahme		5°	10°
als Höhenzuwachs		150	294 m
20°	30°	40°	50°
595	886	1179	1477 m

Die für die „normalen" Temperaturverhältnisse der Atmosphäre nach obiger Formel berechneten Höhenzunahmen sind in Spalte 3 der Tabelle III den Schwimmhöhen zugefügt, so daß die dortigen Werte als die „normalen" Schwimmhöhen zu gelten haben. Sie werden stets auftreten, wenn keine nennenswerte Temperaturdifferenz zwischen Gasfüllung und umgebender Luft vorhanden ist, also vornehmlich bei bedecktem Himmel und bei Nachtfahrten.

Für den Höhenzuwachs pro Grad Temperaturänderung folgt durch Differentiation

$$d\,h_{\max} = -H\frac{\Delta\,\vartheta}{\vartheta}.$$

Wenn man noch annäherungsweise $\vartheta = 273$ setzt und die Temperaturabhängigkeit von H vernachlässigt, folgt

$$d\,h_{\max} = -H\,\alpha\,\Delta\,\vartheta = \text{ca. } 29{,}3\;\Delta\,\vartheta.$$

Das heißt für jeden Grad Temperaturabnahme steigt der Ballon um ca. 30 m, das ist das dem Praktiker bekannte sogenannte Emdensche Gesetz.

III. In den meisten Fällen ist die Temperatur der Gasfüllung verschieden von der der umgebenden Luft. Gleich nach dem Füllen des Ballons ist die Innentemperatur etwas geringer als außen. Doch gleicht sie sich so schnell aus, daß man beim Start gleiche Temperatur innen und außen annehmen kann. Wenn sich während des Aufstiegs das Füllgas adiabatisch ausdehnen würde, müßte man im allgemeinen die Innentemperatur geringer als die der umgebenden Luft annehmen, da das vertikale Temperaturgefälle der Atmosphäre bekanntlich etwas langsamer erfolgt, als der adiabatischen Ausdehnung entsprechen würde. In Wirklichkeit wird aber dem Ballon ständig Energie durch Strahlung zugeführt, so daß, besonders wegen der starken Absorption der Hülle, die Innentemperatur sich stets größer als die der umgebenden Luft ergibt. Genaue Angaben liegen nicht vor. Vereinzelt sind bis zu 40° Temperaturdifferenz gefunden worden. Immerhin wird, wenn wir mit

$$\tau' = \tau - \vartheta$$

den Temperaturüberschuß der Gasfüllung bezeichnen,

$$\left(\frac{\tau'}{\vartheta}\right)^2 << 1$$

sein.

Dann kann in Gl. (15) gesetzt werden

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\vartheta}\left(1 - \frac{\tau'}{\vartheta}\right).$$

Es folgt daraus

$$n_{\max} = (p+1)\,\frac{\vartheta_0}{\vartheta}\left(1 + \frac{\sigma_0}{s_0 - \sigma_0}\cdot\frac{\tau'}{\vartheta}\right). \qquad (15\text{b})$$

Der Zuwachs, den die Schwimmhöhe durch die Übertemperatur des Ballons erfährt, ist also

$$\Delta\,h_{\max} = H \ln\left(1 + \frac{\sigma_0}{s_0 - \sigma_0}\,\frac{\tau'}{\vartheta}\right).$$

Dieser Höhenzuwachs ist zwar auch wie in Fall II von der Größe des Ballons und der erreichten absoluten Höhe unabhängig, aber nicht mehr von der Art der Füllung. Der Ausdruck $\frac{\sigma_0}{s_0 - \sigma_0}$ wird für Leuchtgas im Mittel zu 0,84, für technisch hergestellten Wasserstoff zu ca. 0,10. Es ergibt sich also ein großer Unterschied zwischen beiden Füllarten und eine bedeutende Überlegenheit in fahrtechnischer Beziehung für den Wasserstoffballon gegenüber dem Leuchtgasballon.

Tabelle VII.

Lufttemperatur ϑ	Höhenzuwachs wegen Übertemperat. d. Ballons			
	Leuchtgas		Wasserstoff	
	$\tau' = 10^0$ C	20^0 C	$\tau' = 10^0$ C	20^0 C
0° C	243 m	479 m	29,2 m	58,5 m
—10° C	247 „	487 „	29,8 „	59,6 „
—20° C	252 „	497 „	30,4 „	60,8 „

Für den Höhenzuwachs pro Grad Übertemperatur findet man durch Differentiation

$$d\,h_{\max} = H\frac{\sigma_0}{s_0 - \sigma_0}\cdot\frac{\Delta\,\tau'}{\vartheta},$$

woraus, wie in Fall II, die von Emden angegebene Form folgt, wenn man $\vartheta = 273$ setzt und H konstant hält.

$$d\,h_{\max} = 24{,}7\cdot\Delta\,\tau' \text{ m für Leuchtgas,}$$
$$d\,h_{\max} = 2{,}94\cdot\Delta\,\tau' \text{ m für Wasserstoff.}$$

Zusammenfassung der neuen Ergebnisse.

1. Durch Einführung des spezifischen Steigwertes p, d. h. des freien Auftriebes der Gewichtseinheit gelingt es die Abnahme der Geschwindigkeit, die Schwimmhöhe, u. a. durch diese eine Konstante auszudrücken.

2. Durch diesen Steigwert p und die Anfangsgeschwindigkeit v_0 des Ballons lassen sich

die Geschwindigkeit und die Höhe in jedem Augenblick sowie die Steigzeiten in geschlossener Form darstellen.

3. Die Gesetze der Temperatureinflüsse werden streng dargestellt.

4. Es wird eine Methode angedeutet, das Luftwiderstandsgesetz aus Beobachtungen von Steiggeschwindigkeiten experimentell festzustellen.

Literatur.

1) Robert Emden, Grundlagen der Ballonführung. Leipzig, Teubner. 1910.

2) Paul Schreiber, Beiträge zur Theorie der Pilotaufstiege. Illustrierte Aeronautische Mitteilungen **13**, 649, 1909.

3) Hesselberg u. Birkeland, Steiggeschwindigkeit der Pilotballone. Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre **4**, 196—215, 1912.

4) R. Dietzius, Steig- u. Fallgeschwindigkeit des Freiballons. Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre **7**, 35—50, 1915.

5) Paul Schulze-Gardelegen, Ableitung der Grundgesetze für einen Ballon konstanten Gasvolumens. Deutsche Luftfahrer-Zeitung **19**, 66—69, 1915.

Die in dieser Arbeit dargestellten Formeln habe ich im wesentlichen bereits im Sommer 1915 in Ostende entwickelt. Sie sind damals für militärische Zwecke gebraucht worden.

Gießen, im Zwischensemester 1919.

(Eingegangen 22. April 1919.)

Normale Betrachtungsperspektive.

Bemerkung zu S. 119 der Abhandlung des Herrn Witte „Über den Sehraum" (diese Zeitschr. **20**, 114—120, 1919).

Von H. Seemann.

Die photographische Beweisführung des Herrn Witte über die Falschschätzung der Mond- und Sonnengröße auf Bildern seitens der Maler erscheint nicht eindeutig, wie aus folgenden Beispielen ersichtlich ist.

1. Eine Fernphotographie der Halbinsel Hela von Danzig aus (28 km) bei spiegelglatter See würde den fiktiv hinter dem Dörfchen Hela aufgehenden Vollmond größer erscheinen lassen als die von Danzig aus sichtbare Häuserreihe am Strande. Auf einer Vergrößerung des Dorfbildes auf 13 : 18 cm würde der Rand des halb aufgegangenen Mondes demnach schon außerhalb des Bildrandes liegen.

Wenn man einen Maler aufforderte, den Mond in den vermeintlichen Himmel dieses Bildes, der ja in Wirklichkeit eine überexponierte (meteorologische) Mondlandschaft wäre, einzuzeichnen, so würde er ihn annähernd ebenso groß zeichnen wie auf den gleich großen Bildern des Herrn Witte, ohne zu merken, daß das Bild aus 28 km Entfernung aufgenommen war, denn die perspektivischen Unterschiede dieses Bildes — Perspektive ist identisch mit Zentralprojektion — gegen ein solches, das aus 1 km Entfernung aus derselben Richtung aufgenommen wurde, sind nur durch feine Messung bei genauer topographischer Kenntnis des Dorf- und Hafenbildes feststellbar.

2. Der Schwarzwald-Maler Dischler zeigte dem Verfasser ein in Arbeit befindliches Landschaftsbild, das er im Zimmer aus etwa 4 m Entfernung durch das geöffnete kleine Fenster seiner Villa beobachtete. Der Fensterrahmen war der Bildausschnitt. So wie er das Stückchen Landschaft im Fensterrahmen erscheinen sah, brachte er es auf die Leinwand, wobei er die Perspektive des gemalten Bildes gleichfalls aus großem Betrachtungsabstand kontrollierte.

Hätte man vom Beobachtungspunkt aus eine photographische Aufnahme des im Fensterrahmen erscheinenden Bildes gemacht derart, daß es entweder gleich die Größe 13 : 18 cm gehabt hätte oder durch nachträgliche Vergrößerung oder Verkleinerung auf dieses Format gebracht worden wäre, was zu perspektiv identischen Bildern führt, so würde Herr Stegmann ebenso wie Herr Dischler den Mond annähernd so groß hineingezeichnet haben, wie es auf den Witteschen Bildern geschehen ist, und daß würde ziemlich genau die Größe sein, die er auf der eben gekennzeichneten Photographie bekommen hätte, wenn er in natura über der Schwarzwaldlandschaft gestanden hätte.

Der Bildwinkel, unter dem die längere Seite des Fensterrahmens gesehen wurde, betrug etwa 14 Grad. Die 13 : 18-Aufnahme hätte demnach mit etwa 70 cm Brennweite aufgenommen werden müssen, wenn der Fensterrahmen sich mit dem Bildrand decken sollte.

3. Eine 13 : 18-Aufnahme eines Turmes aus nächster Nähe mit einem starken Weitwinkelinstrument — etwa Goerz Hypergon-Anastigmat — läßt den Mond so winzig erscheinen, daß er von einem Plattenfehler nicht zu unterscheiden wäre. Auch auf einem solchen Bilde würde ein Maler den Mond in derselben Größe eintragen wie auf den Witteschen Bildern, also über 10mal zu groß.

Der Fall 3 lag in weniger ausgeprägter Form auch bei den Witteschen Bildern vor. Auch diese sind als schwache Weitwinkelaufnahmen anzusprechen. Sie verlangen, um auf den Beschauer genau denselben perspektivischen Eindruck zu machen, wie das Objekt

vom Aufnahmestandpunkt, eine Betrachtungsweise, auf die kein Normalsichtiger verfallen würde, der sie unbefangen als Ganzes auf sich wirken lassen will, wie das gerade Maler unter allen Umständen tun, besonders dann, wenn sie Größenverhältnisse im Bilde abschätzen wollen. Um die Witteschen Bilder perspektiv richtig zu betrachten, müßte man sie mit einem Auge aus 18 cm Entfernung gegenüber der Bildmitte beobachten, da das Objektiv bei der Aufnahme diese Stellung zur Platte gehabt hat.

Niemals wird ein Künstler sich ein 13 : 18-Bild in dieser unnatürlichen Entfernung vor Augen halten, besonders dann nicht, wenn er es zeichnet. 40 cm dürfte das Minimum sein, das er wählt. Außerdem ist er es aber gewöhnt, daß Landschaftsbilder einen noch größeren Abstand des Zentrums der Perspektive (Auge, Objektiv) vom Bilde haben bzw. einen noch kleineren Bildwinkel, nämlich etwa 15 Grad. Letzterer würde bei einem 13 : 18-Bilde einem Abstand des Zentrums der Perspektive von etwa 75 cm entsprechen.

Hätte Herr Stegmann unter diesen unwillkürlichen und gewohnheitsmäßigen Voraussetzungen den Mond eingezeichnet, was Verfasser mit Sicherheit annimmt, so verdiente die Genauigkeit seiner Schätzung alle Anerkennung. Da die ihm vorgelegten Photographien aber einen viermal kleineren „perspektiv richtigen Betrachtungsabstand" hatten, so mußte der Mond naturgemäß viermal zu groß ausfallen.

Die Gewöhnung der Maler an Transformation der Perspektive auf weiteren Abstand des Zentrums, als sie ihn beim Zeichnen einhalten, stammt daher, daß sie beim Entwerfen großer Formate ja viel zu nahe am Bilde stehen, um die Perspektive, die für den in mehreren Metern Entfernung gedachten Beschauer berechnet wird, vom Arbeitsstandpunkt aus unmittelbar kontrollieren zu können. Dies gilt besonders von räumlich tiefen Objekten mit nahe herangerücktem Vordergrund. Hierbei kann er nicht nach jedem Strich einige Meter zurücktreten, sondern er muß die Perspektive von seinem Arbeitsstandpunkt auf den Beschauerstandpunkt nach Augenmaß transformieren. Darauf ist er eingearbeitet und wählt auch bei kleinen Formaten einen sehr viel größeren Abstand des Zentrums der Perspektive als die Brennweite der photographischen Universalkamera, oft den Betrachtungsabstand des fachmännischen Galeriebesuchers, und der ist sehr weit, für ein 13 : 18-Bild sicher nicht weniger als 1 m, keineswegs aber nur das $1^{1}/_{2}$-fache der Bilddiagonale, wie Herr Witte annimmt.

Ganz anders liegt die Sache bei der Betrachtung von Landschaftsphotographien durch Liebhaberphotographen, besonders Anfänger. Da spielt die Schärfe der Zeichnung meist eine wichtige Rolle und erfordert eine Betrachtung aus nächster Nähe. Das gehört jedoch nicht hierher. Es sollte nur die vermeintliche Falschschätzung der Maler widerlegt werden.

Die Frage, ob Herr Stegmann den Witteschen Photographien nicht ansehen konnte, daß sie schwache Weitwinkelaufnahmen waren, ist mit Nein zu beantworten. Hierzu hätte er die Bilder in der Hand haben müssen, während er auf dem Aufnahmestandpunkt der Kamera stand, um Bild und Objekt unmittelbar miteinander vergleichen zu können. Dem Bilde allein konnte er nicht anmerken, wieweit die Objekte in der Sehrichtung voneinander entfernt waren. Wenn er sich die Bilder in 75 cm Entfernung vor Augen hielt, überschätzte er diese Objekttiefe um das Dreifache, ohne daß er sich darüber Rechenschaft geben konnte, da er das Objekt entweder nicht kannte oder sich des Abstandes, z. B. der Kinder von dem Hause und des Zaunes von den Kindern nicht mehr erinnerte. Auch haben die Bilder selbst bei weitestem Betrachtungsabstand kein unnatürliches Aussehen.

Letzteres rührt daher, daß sie keine Gegenstände von erfahrungsmäßig genau bekannter Tiefe enthalten, deren absolute Tiefe erheblich ist gegen den Abstand vom Zentrum der Perspektive (Beobachter). An den Häusern würde man erst dann genauer schätzbare Unterschiede der als gleich hoch bekannten vorderen und hinteren vertikalen Kanten wahrnehmen können, wenn sie wesentlich weiter im Vordergrund ständen. Der Zaun ist kein wohldefinierter, erfahrungsgemäß immer gleicher Körper mit großen rechteckigen Seitenflächen, von den Kindern ganz zu schweigen. Auch der Kirche könnte man nicht ansehen, ob sie aus 50 oder 150 m Abstand aufgenommen worden ist.

Herr Stegmann wurde durch die photographischen Bilder perspektiv getäuscht. Hätte man ihn darauf aufmerksam gemacht, daß er die Bilder in 18 cm Entfernung mit einem Auge hätte betrachten müssen, um sie perspektiv richtig zu sehen, so hätte er die Verantwortung für die Richtigkeit seiner Eintragung wahrscheinlich abgelehnt oder doch ablehnen müssen, da er an eine so völlig unnatürliche und ungewohnte Betrachtungsperspektive nicht gewöhnt sei.

Dieselbe Täuschung in entgegengesetztem Sinne, aber noch weit stärker wäre mit der unter 1. beschriebenen Fernphotographie er-

zielt worden. Auch dort ist die relative Tiefe der Häuser von annähernd bekannten Dimensionen viel zu gering, um die Unterschiede wahrzunehmen, die bei der Aufnahme aus 28 km und der aus 1 km Entfernung entstehen. Der Vordergrund ist der glatte Wasserspiegel, in dem das Spiegelbild des Dorfes in beiden Fällen genau widergleich dem Original ist. Aber auch bei bewegter See wäre an der Form der Wellen kein perspektiver Anhaltspunkt zu finden.

Gibt man das 28-km-Bild einem Maler in die Hand, so nimmt er gewohnheitsmäßig an, daß er ein Bild von 10—20 Grad Bildwinkel vor sich hat und zeichnet unter diesen Voraussetzungen den Mond 10—20mal zu klein ein.

Es dürfte nach dem Gesagten nunmehr erwiesen sein, daß dem photographischen Verfahren des Herrn Witte zum Nachweis der Falschschätzung geübter Maler keinerlei Beweiskraft zukommt. Mit der obigen Aufnahme 1 könnte man sonst ja das Gegenteil beweisen. Es hätte dem Künstler eine Photographie mit der Perspektive der Aufnahme 2, also von etwa 15 Grad Bildwinkel gegeben werden müssen, statt eine solche von 40 Grad.

Wenn der Maler dann trotzdem noch die Größe des Mondes oder der Sonne etwas übertrieben hätte, so hätte er das, wenigstens auf einem Schwarz-Weiß-Bilde, nur getan, um die beiden Himmelskörper im Bilde zu der auffallenden und beherrschenden Erscheinung zu machen, die sie dem Beobachter in natura vermöge ihrer Helligkeit und ihres psychologischen Einflusses sind. Auf einem farbigen Bilde kann der Künstler auf diese absichtliche Vergrößerung recht gut verzichten, da ihm dann die ungleich wirkungsvollere Farbwirkung sowohl die der Himmelskörper selbst als auch deren Umgebung zur Verfügung steht.

Die Anforderungen, die eine Photographie von malerischer Qualität etwa erfüllen muß, um bei unbefangener Betrachtung einen perspektiv möglichst genauen Eindruck des Objekts zu übermitteln, hat Verfasser in der Photographischen Rundschau 25, 197—202, 263—38, 260—66, 1911 an Hand von 4 Photogrammen, davon drei Lochkameraufnahmen, und vielen Figuren eingehend behandelt. Auch die Anwendung auf Kino, Panorama und Rundbilder sowie das Zustandekommen der Verzerrungen bei Weitwinkelaufnahmen ist berücksichtigt worden.

Würzburg, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 22. April 1919.)

Über den Zusammenhang zwischen den Atomgewichten der chemischen Elemente, dem spezifischen Gewicht und der Wärmetönung. II.

Von Karl Fehrle.

In einer früheren Arbeit[1]) mit demselben Titel habe ich für die Wärmetönung bei der Verbindung zweier Elemente die Formel abgeleitet:

1) Diese Zeitschr. 19, 281, 1918.

Verb.	x	y	z	w	A_1	A_2	A_3	s_1	s_2	s_3	W kg—K. ber.	W kg—K. gem.
$LiBr$	2	1	2	2	6,94	159,8	86,86	0,56	3,14	3,46	66,4	80,0
$NaBr$	2	1	2	2	23,00	159,8	102,92	1,03	3,14	3,15	68,2	85,9
KBr	2	1	2	2	39,10	159,8	119,02	0,85	3,14	2,76	96,7	95,0
$CuBr$	2	1	2	2	63,57	159,8	143,5	8,93	3,14	4,72	27,6	25,0
$AgBr$	2	1	2	2	107,9	159,8	187,8	10,40	3,14	6,33	38,7	23,0
$HgBr$	2	1	2	2	200,0	159,8	280,0	14,19	3,14	7,31	21,8	24,8
$CaBr_2$	1	1	1	3	40,07	159,8	199,86	1,55	3,14	3,40	165,4	154,9
$SrBr_2$	1	1	1	3	87,63	159,8	247,4	2,54	3,14	4,22	207,5	157,9
$BaBr_2$	1	1	1	3	137,4	159,8	297,2	3,80	3,14	4,78	209,3	172,3
BCl_3	2	3	2	4	11,00	70,92	117,4	2,50	1,73	1,43	71,8	93,4
$AlBr_3$	2	3	2	4	27,10	159,8	266,9	2,70	3,14	2,54	121,2	122,0
$NdCl_3$	2	3	2	4	144,3	70,92	250,6	6,96	1,73	4,17	234,0	249,5
$SiCl_4$	1	2	1	5	28,3	70,92	170,2	2,34	1,73	1,50	121,3	121,8
$SnCl_4$	1	2	1	5	119,0	70,92	260,8	7,28	1,73	2,26	105,5	128,0
$ThCl_4$	1	2	1	5	232,4	70,92	374,3	11,00	1,73	4,59	344,3	300,2
CO_2	1	1	1	6	12,00	32,00	43,99	3,51	1,43	1,53	109,2	96,0
SiO_2	1	1	1	6	28,30	32,00	60,30	2,37	1,43	2,40	200,5	191,0
TiO_2	1	1	1	6	48,10	32,00	80,10	4,50	1,43	4,17	201,1	219,0
ZrO_2	1	1	1	6	90,60	32,00	120,60	6,40	1,43	5,62	243,8	177,2
ThO_2	1	1	1	6	232,0	32,00	264,0	11,00	1,43	9,87	355,9	326,0

$$W = \frac{1{,}534\,w}{z}\left[x A_1\left(\sqrt[3]{\frac{1}{s_1^2}} - \sqrt[3]{\frac{1}{s_3^2}}\sqrt{\frac{A_3}{|w|A_1}}\right) + y A_2\left(\sqrt[3]{\frac{1}{s_2^2}} - \sqrt[3]{\frac{1}{s_3^2}}\sqrt{\frac{A_3}{|w|A_2}}\right)\right], \text{ kg—Kal.},$$

wo A_1, A_2 und A_3 die Molekulargewichte, s_1, s_2 und s_3 die spezifischen Gewichte der beiden Elemente und der Verbindung, x und y die Anzahl Mol, die sich verbinden, z die Anzahl Mol, die entstehen, bedeuten. Von w wird weiter unten die Rede sein. Die nebenstehende Tabelle enthält die Resultate weiterer Berechnungen, nach Gruppen des natürlichen Systems geordnet.

Die Tabelle zeigt, daß der Faktor w innerhalb je zweier Gruppen des periodischen Systems eine Konstante ist, aber beim Festhalten einer Gruppe für die Verbindungen mit den Elementen je einer andern Gruppe, wofern die Art der Valenz sich nicht ändert, von Gruppe zu Gruppe um 1 wächst oder abnimmt: Er ist gleich der Summe der absoluten Beträge der Wertigkeiten der einzelnen sich verbindenden Elemente, wenn diese sich mit ihrer normalen Valenz betätigen. Seine physikalische Bedeutung scheint mir jedoch besser hervorgehoben zu werden, wenn man nach dem Vorgang Abeggs die normalen Valenzen der 4 ersten Gruppen von 1 bis 4 und die der folgenden Gruppen von —3 bis —1 zählt. Dann ist w gleich der Differenz der Normalvalenzen zu setzen, für welche ich den Namen spezifische Spannung vorschlage.

Tritt das eine Element mit seiner normalen, das andere mit seiner Kontravalenz auf, so ist, da jetzt die Spannung die Rotationsgeschwindigkeit beider Elemente im selben Sinne zu ändern sucht, für w die algebraische Summe der Normal- und der Kontravalenz zu setzen. In der folgenden Tabelle sind die Wärmetönungen solcher Verbindungen enthalten, deren beide Bestandteile auf derselben Seite des periodischen Systems, von der Kohlenstoffgruppe aus gerechnet, liegen und sich mit normaler Valenz verbinden (Nr. 1—3), oder solcher, bei denen sich das eine Element mit seiner Normal-, das andere mit seiner Kontravalenz betätigt (Nr. 4) und unter den letztgenannten wieder solcher, die derselben Gruppe angehören (Nr. 5).

Verb.	x	y	z	w	A_1	A_2	A_3	s_1	s_2	s_3	W ber.	W gem.
AsJ_3	1	6	4	—2	299,8	253,8	455,8	5,72	4,94	4,38	13,6	13,5
SbJ_3	1	3	2	—2	240,4	253,8	501,0	6,62	4,94	4,85	29,1	28,8
Sb_2S_3	8	3	8	—1	240,4	256,6	336,6	6,62	2,07	4,38	30,7	36,5
$SbCl_5$	1	5	2	4	240,4	70,92	297,5	6,62	1,73	2,35	100,6	104,9
P_3N_5	3	10	4	2	124,2	28,02	163,2	1,83	1,03	2,51	77,9	81,5

Die Achtatomigkeit des Schwefels unterhalb des Schmelzpunktes, welche den neueren Untersuchungen gemäß anzunehmen ist, scheint sich nach Nr. 3 zu bestätigen, ebenso die Zweiatomigkeit des Antimons sowie die Vieratomigkeit von Phosphor und Arsen.

Die nächste Tabelle enthält die Wärmetönungen von Verbindungen, deren Komponenten selbst wieder aus Verbindungen bestehen. Die Konstante der Gleichung muß hierbei verdoppelt werden, wird also $2 \cdot 1{,}534 = 3{,}068$, während $w = 2$ zu setzen ist.

Verb.	x	y	z	w	A_1	A_2	A_3	s_1	s_2	s_3	W ber.	W gem.
$CaCO_3$	1	1	1	2	CaO 56,09	CO_2 44,00	100,1	3,28	1,63	2,75	38,2	42,8
$SrCO_3$	1	1	1	2	103,6	44,00	147,6	4,34	1,63	3,62	58,0	57,3
$BaCO_3$	1	1	1	2	153,4	44,00	197,4	5,35	1,63	4,37	68,9	63,4
$CaSO_4$	1	1	1	2	CaO 56,09	SO_3 80,07	136,2	3,28	1,91	2,97	72,4	85,4
$SrSO_4$	1	1	1	2	103,6	80,07	183,7	4,34	1,91	3,81	97,2	93,0
$BaSO_4$	1	1	1	2	153,4	80,07	233,4	5,52	1,91	4,49	101,0	108,3
$Ba(NO_3)_2$	1	1	1	2	BaO_2 169,4	N_2O_4 92,02	261,4	4,96	1,50	3,24	64,0	79,3
$Ca(OH)_2$	1	1	1	2	CaO 56,09	H_2O 18,02	74,11	3,28	1,00	2,08	—2,5	—5,0
$Sr(OH)_2$	1	1	1	2	103,6	18,02	121,6	4,34	1,00	3,63	57,2	40,9

Bei dem ersten Beispiel jeder Kategorie ist angegeben, aus welchen Komponenten die Verbindung entstanden ist. Wo im systematischen Gang Lücken sind, waren die experimentellen Daten in Landolt-Börnsteins Tabellen, 4. Aufl., nicht vollzählig enthalten.

Zusammenfassung.

Die Gültigkeit der in meiner früheren Arbeit für die Berechnung der Verbindungswärme aus dem Molekulargewicht und der Dichte abgeleiteten Formel wird im Hinblick auf die Abeggsche Valenzlehre an Verbindungen der Elemente der ersten 4 Gruppen des periodischen Systems mit solchen der 6. und 7. Gruppe, die sich mit Normalvalenz betätigen, von solchen der 5., 6. und 7. Gruppe, die sich zum Teil mit Normal-, zum Teil mit Normal- und Kontravalenz betätigen, und an Verbindungen von Verbindungen nachgewiesen.

(Eingegangen 14. April 1919.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Schwankungserscheinungen in der Physik.

Von Reinhold Fürth.

(Fortsetzung.)

Kapitel II. Schwankungserscheinungen im Gebiete des mikroskopisch Sichtbaren. (Kolloidstatistik.)

Während ein in einem Gase oder einer Flüssigkeit schwebender fester Körper nach der phänomenologischen Auffassung, wenn keine äußeren Kräfte auf ihn einwirken, ständig in Ruhe verharren müßte, verlangt die kinetische Theorie der Materie, daß der den unregelmäßig wirkenden Stößen der Moleküle ausgesetzte Körper im Gegenteil beständig in Bewegung sei und erklärt die scheinbare Ruhe als Massenerscheinung, indem die in jedem Moment auftreffende sehr große Zahl von Molekülen ein beträchtliches Übergewicht der von einer Seite kommenden Stöße sehr unwahrscheinlich macht. Dennoch muß nach dieser Auffassung eine Bewegung nachweisbar sein, und zwar eine umso beträchtlichere, je kleinere Dimensionen der Körper besitzt.

Tatsächlich läßt sich eine solche unregelmäßige Bewegung eines in einem Gase oder einer Flüssigkeit suspendierten kleinen Partikels nachweisen und auch messend verfolgen, eine Erscheinung, die als „Brownsche Bewegung" bekannt ist und in der modernen Physik eine große Rolle spielt. In dieser Bearbeitung beschäftigen wir uns allein mit „Schwankungserscheinungen", d. h. dem Zustande, daß ein makroskopisch im Gleichgewicht befindliches System mikroskopische, unregelmäßige Schwankungen um die Gleichgewichtslage ausführt. Das Gleichgewicht selbst ist nach dieser Auffassung ein statistisches und mit allen statistischen Gleichgewichtsverhältnissen in der Physik werden wir uns zu befassen haben. Da ersichtlicherweise die Brownsche Bewegung ohne Berücksichtigung der Schwerkraft an keine Gleichgewichtslage gebunden ist, da jede Lage des Partikels gleich wahrscheinlich ist, fällt diese selbst nicht in den Bereich dieses Berichtes, solange es sich um die Bewegung eines Einzelteilchens handelt, wohl aber, wenn gleichzeitig die Bewegung vieler ähnlicher Teilchen beobachtet wird: Die Statistik der Kolloide.

A. Statistisches Gleichgewicht einer Suspension mit Vernachlässigung der Schwere.

1. Theoretisches.

Wir betrachten eine große Anzahl von untereinander gleichen festen Partikelchen, die in einem Gase oder einer Flüssigkeit suspendiert sind, derart, daß ihre Brownsche Bewegung bereits beträchtlich ist, aber trotzdem die Teilchen im Mikroskop (bzw. Ultramikroskop) noch einzeln sichtbar gemacht werden können. Vom phänomenologischen Standpunkte ist die Dichte der Suspension in einem kleinen, optisch irgendwie begrenzten Teilvolumen, zeitlich absolut konstant, tatsächlich wird aber die jeweils beobachtete Teilchenzahl n infolge der Brownschen Bewegung Schwankungen um einen gewissen Mittelwert ν ausführen.

Wir denken uns zunächst dieses Volum in äquidistanten Zeiten τ beobachtet und jedesmal die in ihm enthaltene Teilchenzahl n notiert. Üben die einzelnen Teilchen aufeinander keine Kräfte aus, so sind diese n Glieder einer statistischen Reihe, wie wir sie im vorigen Kapitel behandelten. Die Einzelereignisse bilden dabei das Auftreten, bzw. Nicht-Auftreten eines bestimmten Teilchenindividuums in dem Volumen v, die Gesamtheit der bei einer Beobachtung in v enthaltenen Teilchen die günstigen Ereignisse einer Serie. Ist das gesamte Flüssigkeitsvolumen

V, dann ist die konstante Wahrscheinlichkeit

$$p = \frac{v}{V}$$

und der Mittelwert ν, wenn die gesamte Teilchenzahl gleich N ist:

$$\nu = pN = \frac{v}{V} N.$$

Da wir angenommen haben: $v << V$, sind die Voraussetzungen des Grenzfalls 1 des vorigen Kapitels erfüllt, für die Schwankungswahrscheinlichkeit gilt daher Formel (1a'), für die Schwankungsgröße Formel (2a'), (3a').

Eine Wahrscheinlichkeitsnachwirkung ist in diesem Falle vorhanden, da das Auftreten eines bestimmten Teilchenindividuums in v bei einer bestimmten Beobachtung die Wahrscheinlichkeit des Auftretens desselben Individuums bei der nächsten Beobachtung vergrößert. Für die Schwankungsgeschwindigkeit gelten daher die Formeln (4b) und (5b), von denen die erste die makroskopische Ausgleichswirkung der Diffusion, die zweite im Gegenteil die mikroskopische Schwankungswirkung zum Ausdruck bringt. Die Größe P, die offenbar mit der makroskopischen Diffusion eng zusammenhängen muß, bezeichnen wir mit Smoluchowski als Diffusionsfaktor. Sie läßt sich als Funktion des Zeitintervalls τ ihrer Definition nach leicht berechnen[8, 10]), wenn man die aus der Theorie der Brownschen Bewegung bekannte Formel für die Wahrscheinlichkeit der Verschiebung eines Teilchens durch diese Bewegung um eine Strecke

$$\xi \ldots \xi + d\xi$$

in der Zeit t heranzieht

$$W(\xi)\, d\xi = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}} \cdot e^{-\frac{\xi^2}{4Dt}} d\xi, \qquad (16)$$

wo D den Diffusionskoeffizienten bedeutet.

Wir denken uns das Volumen v gebildet aus einer Schicht von der Dicke h zwischen zwei parallelen Begrenzungsebenen, die so klein gegen die übrigen Dimensionen ist, daß wir bloß die Brownsche Bewegung senkrecht auf die Wände als zum Ein- oder Austritt Anlaß gebend in Betracht zu ziehen brauchen. Unter dieser Voraussetzung wird

$$P = \frac{1}{h\sqrt{\pi D \tau}} \int_0^h dx \int_x^\infty e^{-\frac{\xi^2}{4D\tau}} d\xi.$$

Was nach teilweiser Ausführung der Integration übergeht in

$$P = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\beta e^{-y^2} dy + \frac{1}{\beta\sqrt{\pi}} (1 - e^{-\beta^2}) \qquad (17)$$

wobei zur Abkürzung gesetzt ist

$$\beta = \frac{h}{2\sqrt{D\tau}}.$$

Für anders gestaltete Volumina läßt sich die Rechnung ähnlich ausführen.

Für Wiederkehrzeit und durchschnittliche Dauer gelten ebenfalls die früher abgeleiteten Formeln (6b) und (7b) im Verein mit (9b).

Benutzen wir kontinuierliche Beobachtung statt der diskontinuierlichen, dann müssen wir $P(\tau)$ für den Grenzfall sehr kleiner τ berechnen. In diesem Falle ist die Verwendung von Formel (16) für die Bewegung des Teilchens unzulässig, da diese nur für Zeiten gilt, die groß sind gegen die zwischen zwei Molekülstößen verfließende Zeit. Für so kleine Zeiten aber haben wir die Bewegung des Teilchens als geradlinig anzusehen mit einer Geschwindigkeit, deren Größenverteilung dem Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz gehorcht. Unter dieser Voraussetzung wird

$$P = \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}\alpha^3} c^2 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} dc \cdot \frac{2}{h} \int_0^{c\tau} \frac{c\tau - x}{2c\tau} dx = \frac{\alpha\tau}{h\sqrt{\pi}},$$

wo α den wahrscheinlichsten Wert der Geschwindigkeit bedeutet.

Führt man statt dessen den mittleren Wert

$$C = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \alpha$$

ein, so folgt

$$P = \frac{2C\tau}{h\sqrt{6\pi}}, \qquad (18)$$

wenn $\tau << 1$. Dann wird unser a_1 der Formel (12) gleich

$$a_1 = \frac{2C}{h\sqrt{6\pi}}, \qquad (18')$$

was in (6c), (7c) eingesetzt, die gesuchten Werte für $T(n)$ und $\Theta(n)$ ergibt. Da nach dem Gleichverteilungssatz der statistischen Mechanik die mittlere kinetische Energie des Teilchens gleich

$$\frac{3}{2} \frac{RT}{N}$$

sein muß, mit

T: absolute Temperatur, N: Loschmidtsche Zahl, so folgt für C

$$C = \sqrt{\frac{3RT}{N \cdot M}}, \qquad (18'')$$

wenn die Masse des Teilchens M ist.

Auf die Komplikation der Erscheinungen, wenn die Kräfte zwischen den einzelnen Partikeln nicht mehr zu vernachlässigen sind, kommen wir im nächsten Kapitel wieder zurück.

2. Experimentelles.

Die zur Messung der obengenannten Gesetzmäßigkeiten verwendeten experimentellen Methoden unterscheiden sich im Prinzip wesentlich bloß durch die Art der Abgrenzung des Teilvolumens v. Die intermittierende Zählung wird entweder so vorgenommen, daß das Präparat in äquidistanten Zeitpunkten beleuchtet und die Zahl der Teilchen subjektiv beobachtet wird, oder vermittels der Methoden der Kinematographie. In der Richtung senkrecht zur Blickrichtung wird die Abgrenzung meist durch eine kleine Okularblende im Mikroskop bewirkt, die Abgrenzung der Schichttiefe kann entweder auf optische oder mechanische Weise erfolgen.

a) Optische Abgrenzung: Das Präparat wird vermittels des Siedentopf-Zsigmondyschen Spaltultramikroskops beleuchtet, wodurch eine, einige μ dicke Schicht „optisch" abgegrenzt erscheint. Die Methode kann sowohl auf flüssige[2, 4]) als auf gasförmige[6]) Suspensionen angewendet werden; sie leidet aber an einem prinzipiellen Fehler[9]), da diese optische Abgrenzung das Volumen unscharf definiert. Bei etwas konzentrierteren Suspensionen kommt daher die Schwankungsgröße zu klein heraus.

b) Mechanische Abgrenzung: Das zwischen zwei Deckgläsern oder im Kardioid-Ultramikroskop eingeschlossene Präparat erscheint auf diese Weise in genau meßbaren Dimensionen mechanisch abgegrenzt. Die nach dieser Methode gewonnenen Resultate stimmen selbst bei höheren Konzentrationen mit der Theorie überein[5, 9]).

c) Vertauschung der Zeitgesamtheit mit einer Raumgesamtheit: Nach dieser Methode wird nicht die Zeitgesamtheit der n-Zustände in dem Teilvolumen v während langer Zeit untersucht, sondern die nach den Grundsätzen der statistischen Mechanik mit ihr äquivalente Raumgesamtheit, die sich ja im statistischen Gleichgewicht befindet, indem man z. B. eine ausgedehnte Schicht der Dicke h in einem beliebigen Zeitpunkt gleichzeitig mit einem geeigneten Raster photographiert und die in den einzelnen Rasterfeldern befindlichen Teilchenzahlen notiert. Die Methode führt zu den gleichen Resultaten[5, 7]).

Bei zu großer Konzentration der Teilchen treten durch gegenseitige, wahrscheinlich kapillarelektrische, Abstoßungskräfte Abweichungen von den abgeleiteten Gesetzen auf, die im nächsten Kapitel besprochen werden[1]).

Eine kontinuierliche Beobachtung ist derzeit noch nicht durchgeführt.

B. Statistisches Gleichgewicht einer Suspension unter Einwirkung der Schwerkraft.

Ist im Gegensatz zum vorigen Abschnitt eine Suspension außerdem noch dem Einflusse der Schwere unterworfen, so gibt die Erfahrung das makroskopische Gesetz, daß die Dichte d der Substanz nach einem Exponentialgesetz mit der Höhe über dem Boden abnimmt

$$d = d_0 e^{-ah} \quad (d_0, a\text{: Konstanten}), \qquad (19)$$

ein Gesetz, das übrigens formal und inhaltlich dem bekannten Gesetz der Aerostatik völlig analog ist. Das Gesetz, das sich aus der kinetischen Theorie leicht ableiten läßt, resultiert aus der Tatsache, daß die Wirkung der Schwere, die alle Teilchen am Boden anzuhäufen strebt, mit der zerstreuenden Wirkung der unregelmäßigen Teilchenbewegung einen statistischen Ausgleich herstellen muß.

Danach ist also auch hier die Höhenverteilung ein rein statistischer Gleichgewichtszustand, bei dessen mikroskopischer Analyse Schwankungserscheinungen auftreten müssen. Diese können in zweierlei Weise beobachtet werden.

a) Man faßt die aus sehr vielen gleichen Teilchen der Suspension gebildete Raumgesamtheit als gleichwertig mit der die Bewegung eines Einzelteilchens darstellenden virtuellen Gesamtheit auf und beobachtet demgemäß die Schwankungen der Dichte (bzw. Teilchenzahl eines kleinen Volums) in einem bestimmten Niveau um den aus dem Gesetze (19) folgenden Mittelwert, und zwar entweder durch einmalige Photographie des ganzen Niveaus oder oftmalige Beobachtung eines kleinen abgegrenzten Teiles dieses Niveaus. Die gewonnene statistische Reihe liefert nicht allein den Mittelwert, sondern kann auch dazu dienen, bei größeren Konzentrationen die Schwankungsgröße als Funktion der Konzentration (bzw. des osmotischen Druckes) zu bestimmen und daraus auf bestimmte Kraftwirkungen zwischen den Teilchen zu schließen. Ist eine solche Kraftwirkung nicht vorhanden, dann kann die Reihe genau so zur Verifikation der abgeleiteten Wahrscheinlichkeitsformeln dienen als ohne Schwerkraft.

Experimentell wird die Anordnung meistens so getroffen, daß man eine (durch fraktioniertes Zentrifugieren) gleichkörnig gemachte Suspension (z. B. Gummigutthydrosol) in einer geeigneten Kuvette entweder von selbst sedimentieren läßt, oder durch Zentrifugieren zunächst völlig gegen den Boden treibt und dann aufsteigen läßt[3, 4, 7]).

b) Aber noch auf eine andere Weise lassen sich an einem solchen statistischen Gleichgewicht

Schwankungen nachweisen, indem man die Lage eines Einzelteilchens durch genügend lange Zeit als Funktion der Höhe über dem Boden, also eine Zeitgesamtheit, untersucht[11]). Das Gesetz (19) auf diesen Fall angewendet ist dann eine Aussage über die relative Verweilzeit des Teilchens in einer Höhe $h \ldots h+dh$ über dem Boden und lautet dann so

$$W(h)\,dh = \frac{c}{D}\cdot e^{-\frac{ch}{D}}\,dh, \qquad (19')$$

wenn D wieder den Diffusionskoeffizienten, c die (gleichförmige) Fallgeschwindigkeit im widerstehenden Mittel bedeutet.

Aus der Formel folgt für die wahrscheinlichste Lage des Teilchens $h_w = 0$ und für die mittlere Lage

$$\bar{h} = \frac{D}{c}.$$

Faßt man $\bar{h}$ als statistische Gleichgewichtslage der Höhe des Teilchens auf, so kann man den Begriff der Schwankungsgröße, Schwankungsgeschwindigkeit, Wiederkehrzeit usw. formal auch auf diese Erscheinungen übertragen, indem man die an einem vertikalen Maßstabe abgelesenen ganzzahligen Werte von h als „n“ und $\bar{h}$ als „ν“ einführt. Es läßt sich so eine recht befriedigende Analogie mit den Schwankungserscheinungen nach der ersten Methode feststellen.

Literatur zu II.

1) M. v. Smoluchowski, Ann. d. Phys. **25**, 205, 1908.
2) Th. Svedberg, Zeitschr. f. phys. Chem. **75**, 547, 1910; Th. Svedberg und Inouye, Zeitschr. f. phys. Chem. **77**, 145, 1911; Th. Svedberg, Die Existenz der Moleküle. Leipzig 1912.
3) J. Perrin, Die Atome. Dresden u. Leipzig 1914.
4) A. Westgren, Zeitschr. f. phys. Chem. **83**, 151, 1913.
5) B. Iljin, Zeitschr. f. phys. Chem. **83**, 592, 1913.
6) Lorenz und Eitel, Zeitschr. f. anorg. Chem. **87**, 357, 1914.
7) R. Costantin, C. R. **158**, 1341, 1914.
8) M. v. Smoluchowski, Wien. Ber. **123** (2a), 2839, 1915; **124** (2a), 354, 1915.
9) A. Westgren, Zeitschr. f. anorg. Chem. **95**, 1916; Ark. f. Math. Svesk. Vet. Ak. **11**, Nr. 8 u. 14, 1916.
10) M. v. Smoluchowski, diese Zeitschr. **17**, 561, 1916; Kolloid.-Zeitschr. **18**, 48, 1916.
11) R. Fürth, Ann. d. Phys. **53**, 208, 1916.

(Fortsetzung folgt.)

BESPRECHUNGEN.

W. Bloch, Einführung in die Relativitätstheorie. (Aus Natur und Geisteswelt, 618. Bd.) 8. 100 S. mit 16 Abb. Leipzig, B. G. Teubner, 1918. M. 1.50 und Teuerungszuschlag.

Die kleine Schrift wendet sich an solche Leser, denen die Elemente der analytischen Geometrie und der Physik bekannt sind. Die Darstellung ist klar und durchsichtig; der Aufbau der Relativitätstheorie wird in der Hauptsache nach logischen Rücksichten gestaltet, doch kommt auch die historische Entwicklung nicht zu kurz. Dem erkenntnistheoretischen Standpunkte des Buches kann der Ref. voll beipflichten.

M. Born.

A. Brill, Das Relativitätsprinzip. Eine Einführung in die Theorie. (Abh. u. Vortr. aus dem Gebiete der Mathem., Naturw. u. Technik. 3.) 8. 3. Aufl. 49 S. m. 6 Fig. Leipzig, B. G. Teubner, 1918. M. 2.— u. Teuerungszuschlag.

Die erste Auflage dieser Schrift wurde in dieser Zeitschrift **15**, 421, 1914 besprochen. Die neue Auflage unterscheidet sich von den früheren durch einen Abschnitt über Einsteins Theorie der Gravitation, welcher ein Abdruck der vom Verf. im Jahresber. d. Deutsch. Math.-Vereinigung 1917 veröffentlichten Besprechung von Einsteins Abhandlung, Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie (Leipzig 1916) ist. Auch die an Einstein anschließenden Arbeiten von Schwarzschild, Hilbert, Weyl, Thirring werden darin kurz besprochen.

M. Born.

R. Fricke, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung und ihrer Anwendungen. 8°. 1. Bd.: **Differentialrechnung.** XII u. 399 S. mit 129 Figuren, einer Sammlung von 253 Aufgaben und einer Formeltabelle. — 2. Bd.: **Integralrechnung.** V u. 413 S. Mit 100 Figuren, einer Sammlung von 242 Aufgaben und einer Formeltabelle. Leipzig-Berlin, B. G. Teubner, 1918. Geh. je M. 14,—, geb. je M. 15.— (hierzu Teuerungszuschläge des Verlags und der Buchhandlungen).

Entstanden aus Vorlesungen des Verf. an der Techn. Hochschule Braunschweig bringt das Buch eine sehr brauchbare Darstellung der höheren Mathematik, vor allem auch für alle diejenigen, welche nur das mathematische Handwerkszeug für die Anwendungen sich anzueignen wünschen. In einer allgemeinen Einleitung über Zahlen, Variable, Funktion werden die Grundbegriffe und die elementaren Funktionen erörtert, sodann bringt Abschnitt I die Technik der Differentialrechnung, Abschnitt II Methoden der Berechnung, III Anwendungen der Differentialrechnung (Geometrie und Kinematik). Bd. 2 enthält in Abschnitt IV Grundlagen der Integralrechnung (ein- und mehrfache Integrale), V Anwendungen (Geometrie, Physik, Fouriersche Reihen), VI Lösung gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen, endlich einen Anhang über komplexe Zahlen und Funktionen.

Verf. macht einen Mittelweg zwischen einer streng systematischen, aber abstrakten und einer weniger systematischen, mehr auf die Bedürfnisse der Anwendungen eingerichteten Darstellung, und zwar, wie ich

glaube, mit Erfolg. Er erreicht es dadurch, daß er z. B. von vornherein gewisse Definitionen enger als prinzipiell nötig faßt (er redet nur von „gleichmäßig stetigen", nicht von „stetigen" Funktionen), teils benutzt er unbedenklich Methoden und Sätze anderer Theorien, wo sie wesentliche Vereinfachungen zur Folge haben, z. B. wird bei der Partialbruchzerlegung vom Fundamentalsatz der Algebra und dem Rechnen mit komplexen Zahlen Gebrauch gemacht. Es ist erfreulich, daß wieder ein „reiner" Mathematiker zu dieser Inkonsequenz sich bereit findet; eine sachlich korrekte Darstellung läßt sich ja, wie das Buch zeigt, damit vereinigen. Manchmal ist der Verf. nach der einen oder anderen Seite wohl etwas zu nachgiebig, z. B. scheinen mir die Erörterungen über den Begriff der stetig variablen Größe, die wohl mit Rücksicht auf den Physiker gemacht sind, nicht sehr glücklich. Andererseits werden auch der reinen Mathematik mehr als nötig Konzessionen gemacht, z. B. durch die ausführliche Behandlung des Formalismus der totalen Differentiale, welche ja dem Anfänger viel Schwierigkeiten machen, und wozu die Notwendigkeit nicht einleuchtet.

Einen ganz besonderen Wert verleiht dem Buch auch für den Universitätsunterricht die reichhaltige Sammlung von Aufgaben, insbesondere zu den Anwendungen in Geometrie und Physik, deren Auswahl mir für alle Arten von Studenten sehr glücklich getroffen zu sein scheint. Was die äußere Ausstattung anlangt, so äußert die Papiernot ihren Einfluß: Der sehr schmale Rand im Verhältnis zur Typengröße wird von dem Auge nicht angenehm empfunden. Dagegen ist eine Anzahl Figuren in Zweifarbendruck auf Millimetereinteilung rühmend hervorzuheben.

E. Hecke.

Berichtigung.

In meiner Abhandlung in dieser Zeitschr. 20, 211—214, 1919: S. 213, Tab. III: $N = 59$ angen. gehört in die Zeile des *Sn* (eine Zeile tiefer). Auf der gleichen Seite, Zeile 22 von unten, soll es heißen (*Proto-Ca* = 44); ferner auf S. 214, Anm. 1 rechts unten: Die Moseleysche O.-Z. M kann mit großer Annäh. durch die Beziehung: $M = 2\sqrt{\nu K \alpha_1} + 1$ ausgedrückt werden.

Dr. Kirchhof.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Deutschen Universität Prag Dr. Reinhold Fürth für Physik.

Ernannt: Dr. A. Archibald Bonn zum Professor der Chemie am Heriot-Watt College in Edinburgh, der Dozent der Chemie an der Universität Upsala Dr. O. E. Collenberg zum Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Drontheim, der Oberingenieur Dr.-Ing. Karl Vormfelde in Halberstadt zum ord. Professor für Physik und Maschinenkunde an der Landwirtschaftlichen Akademie zu Bonn-Poppelsdorf.

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Berlin Dr. Konrad Knopp zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Königsberg, der Apotheker Dr.-Ing. Ludwig Lautenschläger in Karlsruhe zum a. o. Professor für Pharmazie am Chemischen Institut der Universität in Greifswald, der ord. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Oskar Primavesi zum ord. Professor für Theorie und Konstruktion elektrotechnischer Maschinen an der Technischen Hochschule Wien, der ord. Honorarprofessor an der Universität Freiburg i. B. Dr. Alfred Loewy zum ord. Professor der Mathematik ebendaselbst, der a. o. Professor an der Universität München Dr. Ernst Großmann zum ord. Professor der Astronomie und Direktor der Sternwarte an der Universität Königsberg, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Tübingen Dr. Wilhelm Blaschke in gleicher Eigenschaft an die Universität Hamburg.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Chemie an der Universität Freiburg i. B. Dr. Walther Schoeller der Titel a. o. Professor, dem a. o. Professor der Physik an der Universität Wien Dr. Felix Ehrenhaft Titel und Charakter als ord. Professor.

In den Ruhestand: Der ord. Honorarprofessor der Physik an der Universität Leipzig Staatsrat Dr. Artur v. Oettingen, der ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Wien Hofrat Dr. Emanuel Czuber.

Vertretung: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule Berlin und Dozent an den Technischen Staatslehranstalten in Hamburg Dr. Hans Georg Müller wurde mit der Vertretung des a. o. Professors der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Stuttgart Immanuel Herrmann im Sommersemester 1919 beauftragt.

Ehrungen: Dem Privatdozenten für Physik an der Universität Wien Professor Dr. Felix Ehrenhaft wurde von der Photographischen Gesellschaft in Wien die Voigtlaender-Medaille verliehen.

Gestorben: Der bisherige a. o. Professor der Mathematik an der Universität Straßburg Dr. Josef Wellstein (in Wetzlar), der frühere ord. Professor der Mathematik an der Universität Straßburg Dr. Karl Theodor Reye, der frühere ord. Professor der mathematischen Physik an der Universität London und Präsident der Royal Society Lord Rayleigh (John William Strutt).

Gesuche.

Physiker, Dr. phil.,

mit Erfahrungen auf dem Gebiete der elektromed. Technik **sucht** Lebensstellung in Industrie. Angeb. unter **S. H. 546** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. P. Debye in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.